

构件挠度的计算方法与案例分析

筑信达 王 希 张志国

挠度验算是结构正常使用极限状态验算的重要组成部分，各个规范都规定了受弯构件的挠度限值。由于混凝土受弯构件的挠度计算需要考虑受拉钢筋，本文仅讨论钢结构受弯构件的挠度计算。SAP2000 在分析阶段和设计阶段均可输出挠度值，分析阶段通过构件的挠曲线查看，设计阶段在构件挠度校核的设计细节中输出。

1. 位移计算

挠度是相对于构件一端或两端的线位移，所以在介绍挠度之前需要首先介绍构件位移的计算。SAP2000 输出的位移有两类：一类是节点位移，另一类是通过挠曲线近似微分方程拟合的位移（以下简称拟合位移）。

1.1 节点位移

节点位移是有限元分析的精确解，可以考虑构件的各种变形形式，类似于结构力学中的单位荷载法。注意，此处所说的节点既包括对象节点，也包括自动剖分生成的有限元节点。节点位移可以通过变形图或表格查看，在变形图中移动光标可以直接“捕捉”节点位移值，单击右键后也可以“弹窗”显示，如图 1 所示。

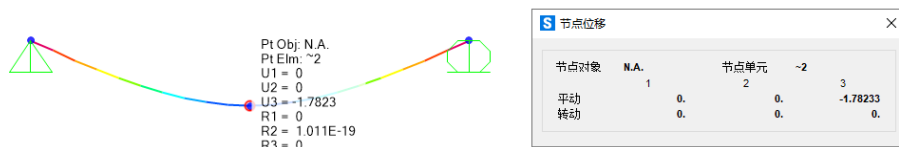


图 1 变形图中查看节点位移的两种方法

1.2 拟合位移

利用构件的挠曲线近似微分方程拟合的位移具有一定的近似性，更适用于细长杆件。该方法仅考虑构件的弯曲变形，忽略剪切变形或扭转变形对位移的贡献。SAP2000 中的拟合位移分为两种：

第一种是对分段线性的弯矩图进行积分，随着测站数量的增加可以逐步逼近理论解，在设计阶段输出的挠度值采用该方法计算。关于该方法的更多内容，请参考知识库文档《[框架对象的挠曲线](#)》。

第二种是直接对整个构件的弯矩图进行积分，相当于“简化版”的挠曲线近似微分方程，在结构变形图中以“三次曲线”拟合的位移值采用该方法计算。关于该方法的更多内容，请参考知识库文档《[两端固定的等截面梁的跨中位移（二）](#)》。

2. 挠度计算

挠度是指构件变形后横截面形心（即轴线上的点）在垂直于轴线方向上的相对位移。虽然横力弯曲的构件内力包括弯矩和剪力，但钢结构工程中的构件跨度一般均超过截面尺寸的十倍以上，因此剪力对挠度的影响很小，可以忽略不计。因此，挠曲线近似微分方程忽略剪力对挠度的影响，符合大多数钢结构构件的设计要求。

在分析阶段通过挠曲线查看挠度或在设计阶段通过构件设计细节查看挠度，二者计算挠度的方法都是挠曲线近似微分方程的拟合位移，但在显示或输出时有所不同：

- ① 分析阶段挠曲线中的挠度在没有节点的位置显示拟合位移，在有节点的位置显示节点位移（稍后将进行验证）。
- ② 设计阶段的挠度只输出测站位置的拟合位移，计算精度仅取决于框架对象的测站数量。默认情况下，梁的测站间距为最大 0.5m，足以满足钢结构设计中挠度计算的精度要求。

此外，设计阶段的挠度校核只针对水平构件，支撑、柱或斜梁等非水平构件的挠度需要在构件的挠曲线中查看。

2.1 分析阶段查看挠度

在框架内力图中右击构件，弹出的框架对象隔离体图中包含挠曲线图，如图 2 所示。SAP2000 提供“绝对值、相对于最小值、相对于两端”三个选项，工程中通常查看相对于两端的挠度值。在右侧数值区域可以滚动显示任意位置的挠度值或直

接显示最大值。挠度的方向沿框架对象的局部 2 轴，并且沿-2 轴方向输出正的挠度值。

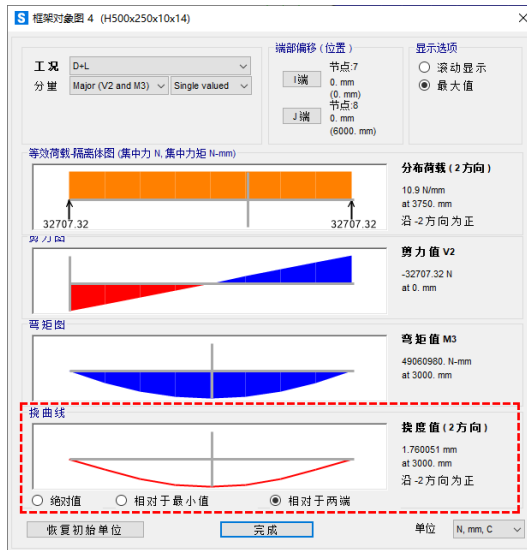


图 2 分析阶段查看挠度

2.2 设计阶段查看挠度

- 1) 钢框架设计首选项的【挠度校核?】选择“是”，同时查看或输入挠度限值。关于钢框架设计首选项中挠度校核的更多参数解释，请参考筑信达知识库文档《[挠度校核参数设置](#)》。
- 2) 选择用于挠度校核的设计组合或采用软件基于所选规范自动生成的荷载组合。以中国规范为例，用于挠度校核的设计组合包含“恒载标准值”和“恒载标准值+活载标准值”。
- 3) 完成钢框架设计后切换为“挠度”校核，软件会显示各个测站的挠度比并高亮最大值，点击【细节】按钮可查看构件设计细节，如图 3 所示。此外，SAP2000 v25.3.0 新增钢框架设计中关于挠度校核细节的数据库表格，可通过表格查看或输出。

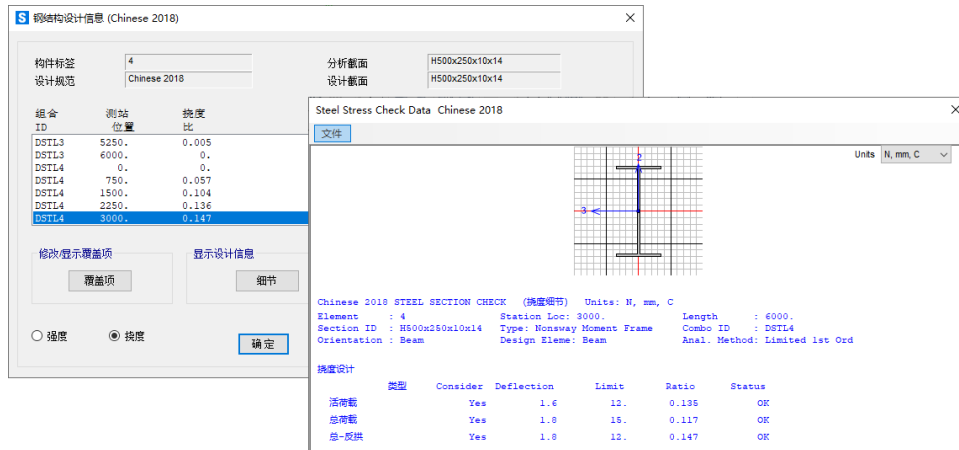


图 3 设计阶段查看挠度

3. 单跨简支梁的挠度计算

如图 4 所示的单跨简支梁，恒载为结构自重，活载为 10kN/m^2 的均布线荷载。挠度验算采用的荷载组合为恒载和活载的标准组合，跨中挠度最大。

对上述模型考虑影响挠度计算的三个因素：构件变形是否考虑剪切变形，跨中是否布置节点，测站数量。依次在分析阶段和设计阶段查看各种情况下的跨中挠度值（相对于构件两端），验证软件中节点位移、挠曲线和设计挠度的区别与联系，计算结果如表

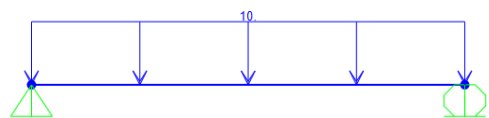


图 4 单跨简支梁示意图

1 所示。

表 1 单跨简支梁的跨中挠度对比 (mm)

情况	考虑的构件变形	跨中节点	测站数量	挠曲线结果	设计挠度结果
①	忽略或考虑剪切变形	无	3	1.425864	1.4
			5	1.693214	1.7
			9	1.760051	1.8
			99	1.782329	1.8
②	考虑剪切变形	有	3	1.906174	1.4
			5		1.7
			9		1.8
③	忽略剪切变形	有	3	1.782331	1.4
			5		1.7
			9		1.8

在情况 ① 中，跨中未布置节点的简支梁挠曲线为拟合位移，随着测站数量的增加逐步接近理论解。可以看到，当测站数量增加到 99 时，跨中挠度 (1.782329mm) 接近情况 ③ 中的结果 (1.782331mm)。

在情况 ② 和情况 ③ 中，简支梁剖分成两段后在跨中布置节点，跨中挠度值不再随测站数量发生变化，此时的跨中挠度为有限元分析的节点位移 (相对于两端)。此外，情况 ② 的构件变形包含剪切变形，故跨中挠度较大；情况 ③ 仅考虑构件的弯曲变形，故跨中挠度较小。

注意，钢结构设计中的挠度值以构件的实际长度为准，仅输出挠曲线中测站位置处的挠度，忽略剪切变形和节点位移。因此，在【设计挠度】的列数据中，以上三种情况的测站数量由 3→5→9 变化，对应的设计挠度都是由 1.4→1.7→1.8 变化。

4. 案例分析

在实际工程模型中常遇到变形图结果、挠曲线结果以及设计挠度值相互不一致的问题。本节以两个案例为例，说明挠度计算的方法和影响因素。

4.1 冷弯薄壁型钢构件的最大竖向位移

对某固定光伏支架进行结构分析，檩条和斜梁均采用冷弯薄壁型钢中的 C 型钢。依次考察框架未剖分和剖分两种情况，查看在 +Y 向风荷载作用下的变形图和构件挠曲线。

1) 框架未剖分：变形图 (三次曲线) 的状态栏显示最大竖向位移 U_z 为 11.57mm，如图 6-1 所示。但是，对应构件的挠曲线最大挠度值 (绝对值) 为 12.22mm，如图 6-2 所示。

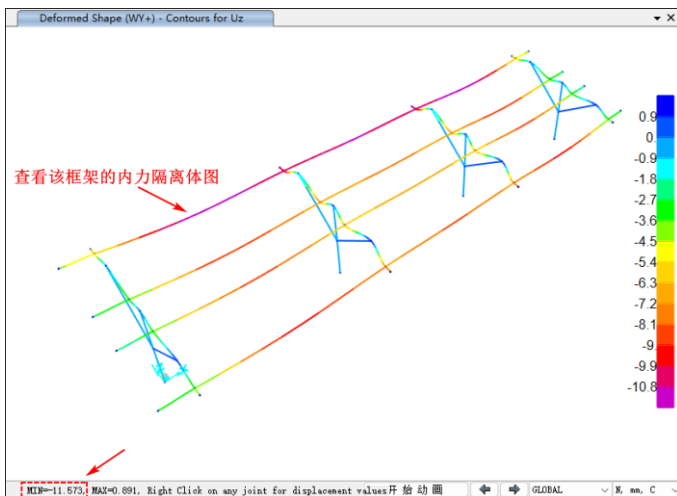


图 6-1 框架未剖分模型的变形图

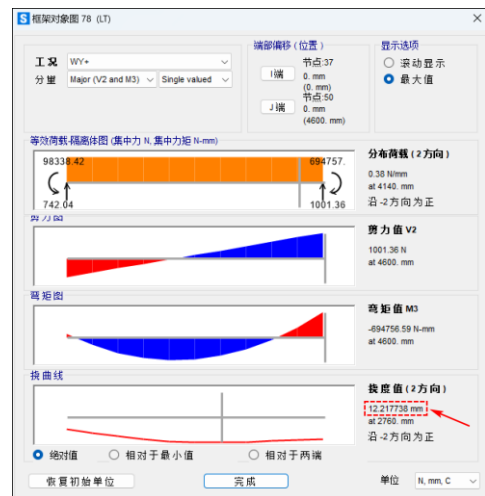
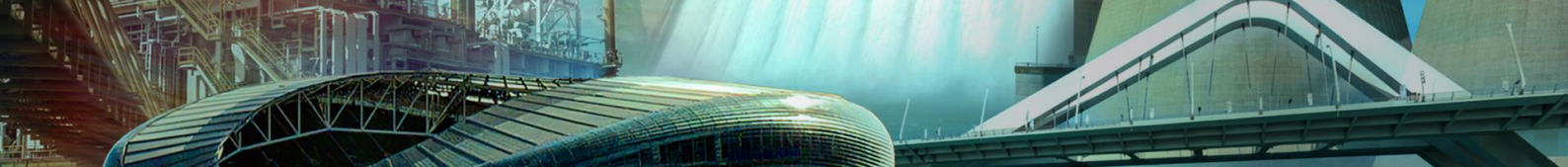


图 6-2 框架未剖分模型的挠曲线



2) 框架剖分 (最大剖分长度 500mm): 变形图 (三次曲线) 的状态栏显示最大竖向位移 U_z 为 27.35mm, 如图 7-1 所示。但是, 对应构件的挠曲线最大挠度值 (绝对值) 为 28.55mm, 如图 7-2 所示。

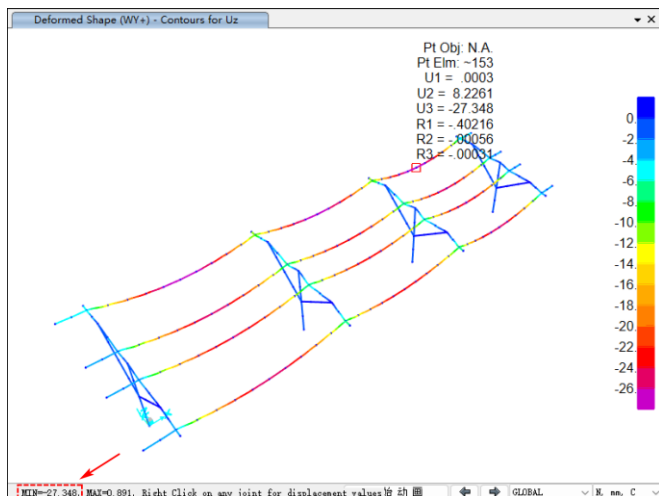


图 7-1 框架剖分模型的变形图

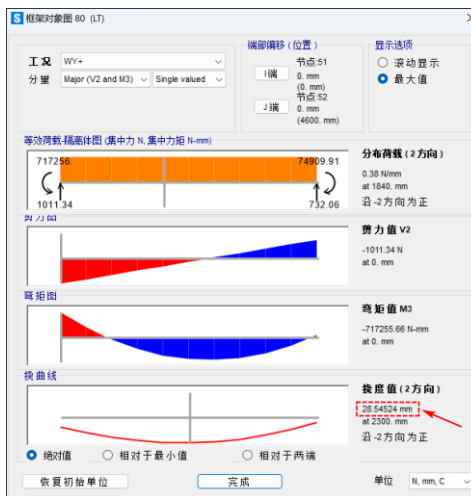


图 7-2 框架剖分模型的挠曲线

纵向对比框架未剖分和剖分两种情况, 发现变形图中的最大竖向位移有较大差异 (11.57mm vs 27.35mm)。横向对比变形图和挠曲线, 发现构件最大挠度也有差异 (如 27.35mm vs 28.55mm)。

对于框架未剖分的模型, 檩条内部未布置节点, 仅以“三次曲线”拟合的最大竖向位移并不可靠。这是因为檩条的弯矩图为抛物线形, 对应的挠曲线为“四次曲线”而非“三次曲线”。通常, 在实际工程中应尽量避免直接采用变形图状态栏中显示的最大位移值。

对于框架剖分的模型, 檩条内部存在多个有限元节点, 变形图中的最大竖向位移是节点位移。檩条是冷弯 C 形截面, 剪心和形心不重合, SAP2000 v24 及更新版本默认考虑剪心对构件刚度的影响, 故扭转变形对节点位移的影响较大。关于截面剪心的更多内容, 请参阅筑信达知识库文档《SAP2000 版本与截面剪切中心》和《截面剪心偏移与构件挠度》。

如图 8 所示, 忽略剪心对构件刚度的影响后对比未剖分和剖分模型的变形图, 二者最大竖向位移差异很小 (5.303mm vs 5.326mm)。在实际工程中, 檩条上覆的铺板或其它构造措施往往能有效约束其扭转变形, 结构分析应忽略剪心对构件刚度的影响。

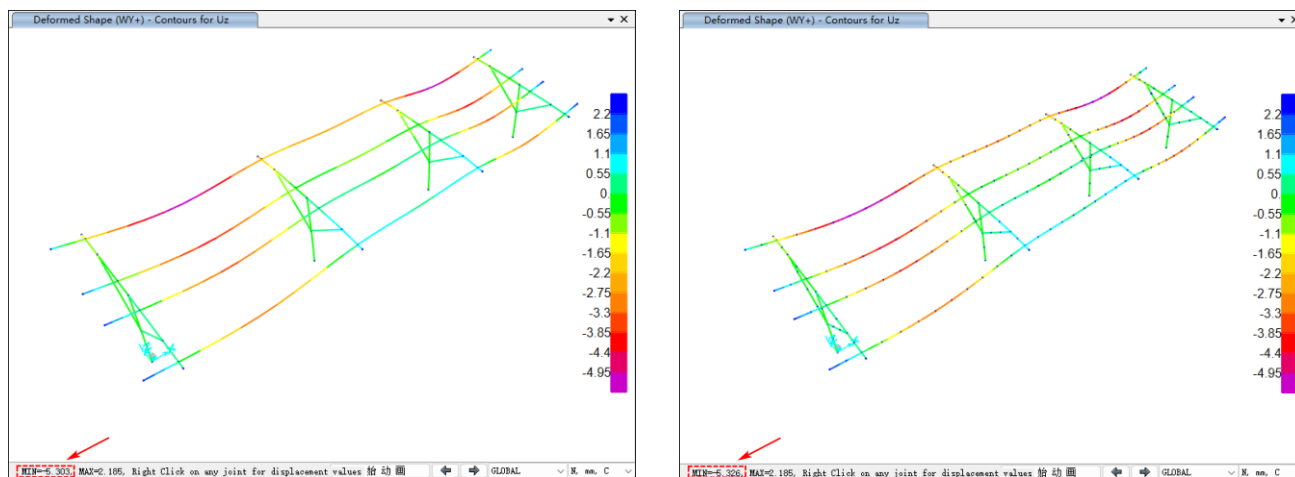


图 8 忽略剪心对构件刚度影响的结构变形图 (未剖分模型 vs 剖分模型)

对比框架剖分模型的变形图和挠曲线, 图 7-1 中的节点竖向位移沿全局坐标系 Z 轴, 图 7-2 中挠曲线的挠度沿框架局部 2 轴。如图 9 所示, 檩条的局部轴在绕 1 轴旋转 15° 后, 局部 2 轴和全局坐标系 Z 轴不重合, 故两个节点位移存在差异。如下所示, 如果将全局坐标系中的节点位移 U_2 和 U_3 投影到框架局部 2 轴方向, 则与挠曲线中的数值完全相同。

$$U_3 \cos 15^\circ + U_2 \cos(90^\circ - 15^\circ) = 27.348 \times \cos 15^\circ + 8.2261 \times \cos 75^\circ = 28.5452$$

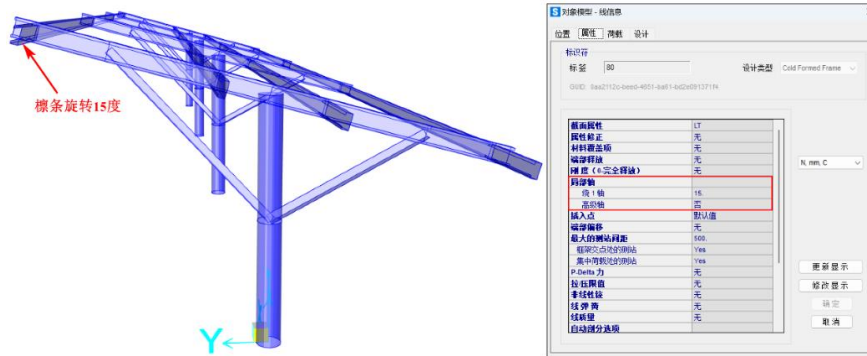
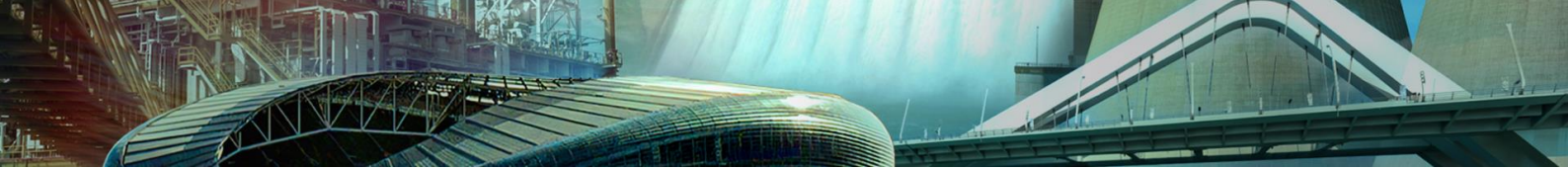


图9 檩条绕框架局部1轴旋转15度

4.2 分析阶段和设计阶段挠度不一致

在某钢框架结构的分析和设计中，框架主梁采用工字形截面。查看某主梁在恒载和活载标准组合下的挠曲线，最大挠度值（相对于两端）为14.56mm，如图10所示。该最大挠度发生在主梁与次梁的搭接处，距构件起始端（i端）4m。但是，完成钢结构设计后，查看同一主梁的挠度校核设计细节，相同荷载组合下同一测站的最大挠度值为14.2mm，如图11所示。

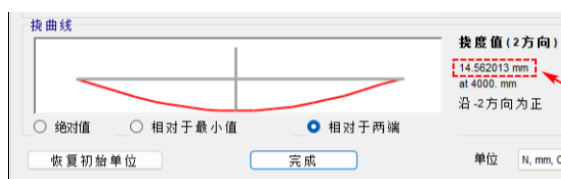


图10 挠曲线中的挠度值

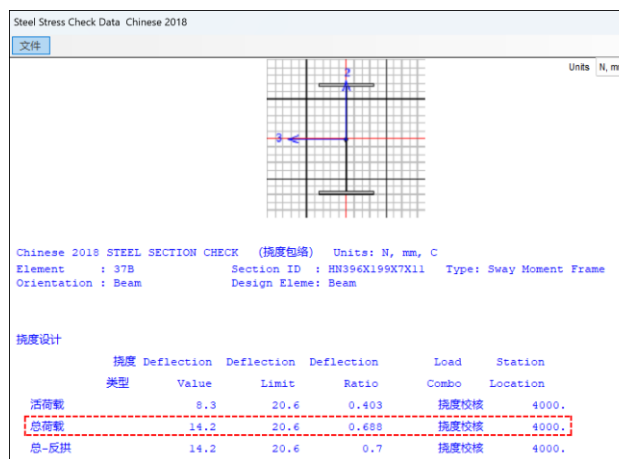


图11 设计细节中的挠度值

以上分析阶段和设计阶段挠度存在一定误差的原因在于：最大挠度发生的位置恰好有次梁搭接，框架对象默认的自动剖分选项会对主梁进行剖分，以保证主梁与次梁间的正确连接。所以，挠曲线中的最大挠度基于考虑各种变形的节点位移，而非挠曲线微分方程的拟合位移。

如果修改框架截面的剪切面积的修正系数为零，即忽略主梁的剪切变形。重新运行分析后再次查看主梁的挠曲线，分析输出的最大挠度值（相对于两端）14.2mm与设计挠度一致，如图12所示。

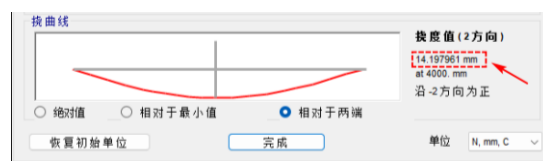


图12 忽略主梁剪切变形后的挠曲线

5. 小结

本文首先介绍了CSI系列软件（SAP2000/ETABS/SAFE）中位移和挠度的计算方法以及查看方式，然后以一个单跨简支梁为例进行验证，最后解答了两个实际工程应用中的常见问题。

概括来说，CSI系列软件中的位移包括有限元精确解和基于挠曲线近似微分方程的拟合解，前者考虑构件的各种变形形式，后者仅考虑构件的弯曲变形。如果用户关注某个具体位置处的挠度，建议在该位置处布置节点后直接查看节点位移。如果对钢结构进行挠度校核，水平构件的设计阶段挠度校核可满足大部分工程需求；非水平构件的挠度需要在构件挠曲线中查看。