

旋转环形圆盘的有限元分析

1 模型信息

本例采用 SAP2000 中的轴对称单元，计算环形圆盘在旋转离心力作用下的径向正应力和径向位移。

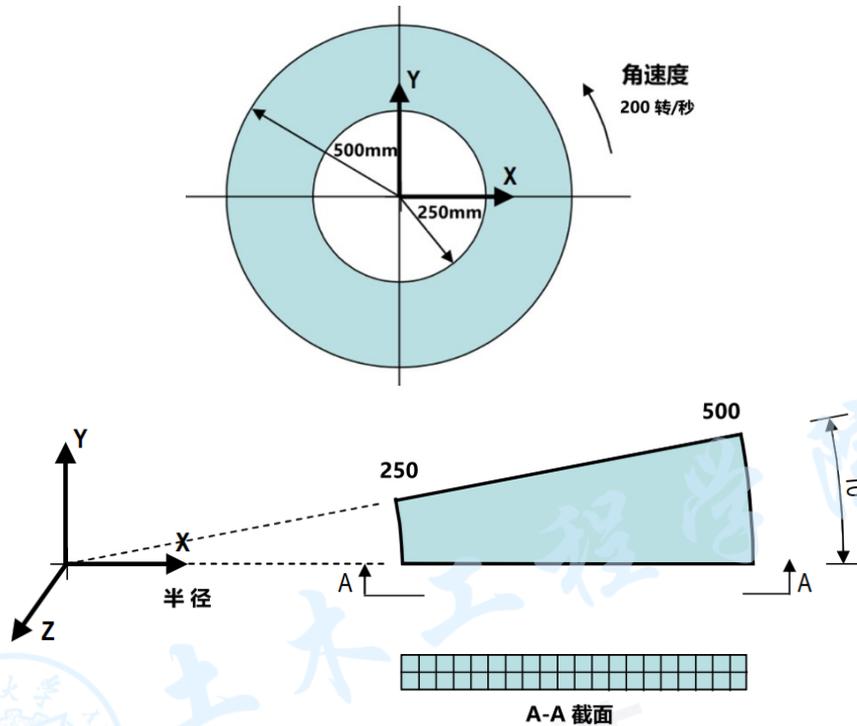


图 1 环形圆盘 1/36 (10°) 示意图

1.1 几何尺寸

- 厚度: $t = 25\text{mm}$
- 内径: $R_i = 250\text{mm}$
- 外径: $R_o = 500\text{mm}$

1.2 材料属性

- 密度: $\rho = 7850\text{kg}/\text{m}^3$
- 泊松比: $\nu = 0.3$
- 弹性模量: $E = 200\text{GPa}$

1.3 边界条件

环形圆盘的几何形状、边界条件和荷载分布均具有轴对称性，故可取其 1/36 (10°) 进行理论计算和有限元分析。为防止沿 Z 向的刚体位移，可约束模型顶部或底部节点的 Z 向平动自由度。

1.4 施加荷载

环向圆盘的角速度： $\omega = 200 \text{ 转/秒} = 200 \times 2\pi \text{ 弧度/秒} = 400\pi / \text{s}$

注意，SAP2000 采用的角速度单位为“转/秒”，用户可直接输入 200；但理论计算时应采用 $400\pi/\text{s}$ 。

2 理论计算

根据弹性力学中轴对称问题的极坐标解答，计算环形圆盘在旋转离心力作用下的径向正应力和外表面径向位移。

- 计算半径 $r=(250+500)/2=375\text{mm}$ （即平均半径处）的径向正应力为：

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left(R_i^2 + R_o^2 - \frac{R_i^2 R_o^2}{r^2} - r^2 \right) = 310.4 \text{MPa}$$

- 计算半径 $r=R_o=500\text{mm}$ （即外表面处）的径向位移为：

$$u_r = \frac{\rho \omega^2}{4} \frac{R_o}{E} \left[(1-\nu) R_o^2 + (3+\nu) R_i^2 \right] = 2.95 \text{mm}$$

3 SAP2000 轴对称单元的计算结果分析及其与理论解的对比

SAP2000 轴对称属于连续体单元，包括三节点三角形单元和四节点四边形单元，每个节点有两个平动自由度，无转动自由度。轴对称单元以 Z 轴为对称轴，故用户应在 XZ 平面或 YZ 平面内建模，网格密度为 2×20 ，如图 1 所示。

轴对称单元以弹性力学为理论基础，适当的网格划分即可获取非常接近理论解的计算结果，如表 1 所示。注意，从 SAP2000 中提取的应力值为平均半径处 3 个节点的平均值，位移值为外表面 3 个节点的平均值。

表 1 轴对称单元分析结果

位移和应力	SAP2000	理论值	误差
外表面 径向正应力	310.1	309.8	0%
平均半径处 径向位移	2.95	2.95	0%

