

分片协调性检验

1 模型信息

本例分别采用 SAP2000 中的平面应力单元、薄壳单元和实体单元，计算由不规则形状的单元组成的矩形板在位移边界条件下的应力场，对比解析解并考察各类单元的计算精度。

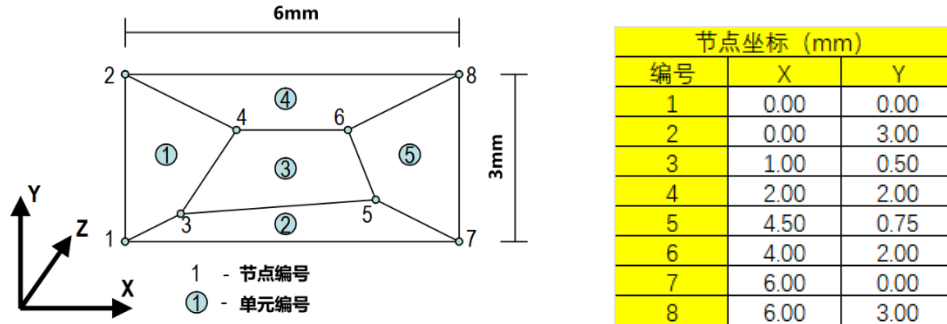


图 1 矩形板的单元组成和节点坐标

1.1 几何尺寸

- 长度：6mm
- 宽度：3mm
- 厚度：0.25mm

1.2 材料属性

- 泊松比： $\mu = 0.25$
- 弹性模量： $E = 7GPa$
- 剪切模量： $G = E / 2(1 + \mu) = 70 / (2 \times (1 + 0.25)) = 2.8GPa$

1.3 位移边界条件

根据以下位移函数计算四个角节点（1、2、7、8）的位移边界条件，如表 1 所示。

$$U_x = \frac{x + \frac{y}{2}}{1000}, \quad U_y = \frac{y + \frac{x}{2}}{1000}$$

表 1 矩形板的位移边界条件

节点编号	坐标 (mm)		位移 (mm)	
	X	Y	U_x	U_y
1	0.00	0.00	0.0000	0.0000
2	0.00	3.00	0.0015	0.0030
7	6.00	0.00	0.0060	0.0030
8	6.00	3.00	0.0075	0.0060

2 理论计算

基于弹性力学理论计算矩形板的平面应力场，具体如下：

- 根据位移函数和几何方程计算常应变分量

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

ii 根据应变分量和物理方程计算常应力分量

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) = 9.3333MPa$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) = 9.3333MPa$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = 2.8MPa$$

3 SAP2000 各类单元的计算结果分析及其与理论解的对比

3.1 平面应力单元

本例中的矩形板在面内位移边界条件下，仅产生面内变形和面内应力，故可视为平面应力问题。SAP2000 平面应力单元属于连续体单元，包括三节点三角形单元和四节点四边形单元，每个节点有两个平动自由度，无转动自由度。

由于矩形板的常应变场无弯曲变形和“剪切锁死”，SAP2000 平面应力协调元和非协调元的计算结果都与解析解相同，如表 2 和表 3 所示。

表 2 平面应力协调元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	9.333	9.333	0%
正应力 σ_y	9.333	9.333	0%
剪应力 γ_{xy}	2.8	2.8	0%

表 3 平面应力非协调元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	9.333	9.333	0%
正应力 σ_y	9.333	9.333	0%
剪应力 γ_{xy}	2.8	2.8	0%

3.2 薄壳单元

SAP2000 薄壳单元包括三节点三角形单元和四节点四边形单元，每个节点有三个平动自由度和三个转动自由度。薄壳单元由薄板单元和膜单元组合而成，本例仅涉及膜单元的面内变形和面内应力。SAP2000 薄壳单元的计算结果与解析解相同，如表 4 所示。

表 4 薄壳单元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	9.333	9.333	0%
正应力 σ_y	9.333	9.333	0%
剪应力 ν_{xy}	2.8	2.8	0%

3.3 实体单元

实体单元属于空间连续体单元，每个节点有三个平动自由度，无转动自由度。由于矩形板的常应变场无弯曲变形和“剪切锁死”，SAP2000 实体协调元和非协调元的计算结果都与解析解相同，如表 5 和表 6 所示。

注意，在 SAP2000 中应考虑 Z 向的平动自由度，不能约束节点的 Z 向位移。否则，由于泊松效应，面内正应力会大于解析解。

表 6 实体协调元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	9.333	9.333	0%
正应力 σ_y	9.333	9.333	0%
剪应力 ν_{xy}	2.8	2.8	0%

表 3 实体非协调元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	9.333	9.333	0%
正应力 σ_y	9.333	9.333	0%
剪应力 ν_{xy}	2.8	2.8	0%

