

车辆横向分布系数的计算及对比

筑信达 吕良

所谓荷载横向分布系数(Lateral Distribution Factor of live load)是指车辆荷载在桥梁横向各主梁间分配的百分比。普通简支桥梁中,它和各主梁间的联结方式(铰接或刚接)、有无内横梁及其数目、断面的抗弯刚度和抗扭刚度,以及车辆荷载在桥上的位置等有关。它是一个复杂的空间结构问题,在桥梁设计中常简化为平面问题而引用荷载横向分布系数。目前广泛采用的是利用主梁的纵向影响线和荷载横向分布影响线相结合的方法。荷载横向分布系数是在荷载横向分布影响线的基础上按荷载的最不利位置布载,并将荷载位置相应的影响线竖标值求和得到的最后数值结果。

CSiBridge 可采用壳体和实体单元建模,基于影响面的理论计算车辆最不利布置,可直接通过有限元方法获得各单片主梁在最不利荷载作用下的内力分布,避免了传统“横向分布系数”求解过程繁琐及适用情况有限的问题。本文将结合美国桥梁设计规范和中國桥梁设计规范,通过两个小的算例,简要对比其与有限元方法的计算差异;并说明 CSiBridge 中关于车辆荷载横向分布系数的实现。

1 横向分布系数的简介

对于一座由多片主梁和横隔梁组成的梁桥来说,如图 1-a,当桥上有荷载 P 作用时,由于结构的横向联系必然会使所有主梁以不同程度地参与工作,并且随着荷载作用位置 (x, y) 的变化,某根主梁所承担的荷载 S 也随之变化,其关系可以表示为 $S = P \cdot \eta(x, y)$ 。这种桥梁内力问题的求解是一个空间计算理论问题。鉴于实际结构过于复杂,虽然国内外对该问题进行了诸多理论和实验研究,到目前为止仍难以实现完全精确的计算。

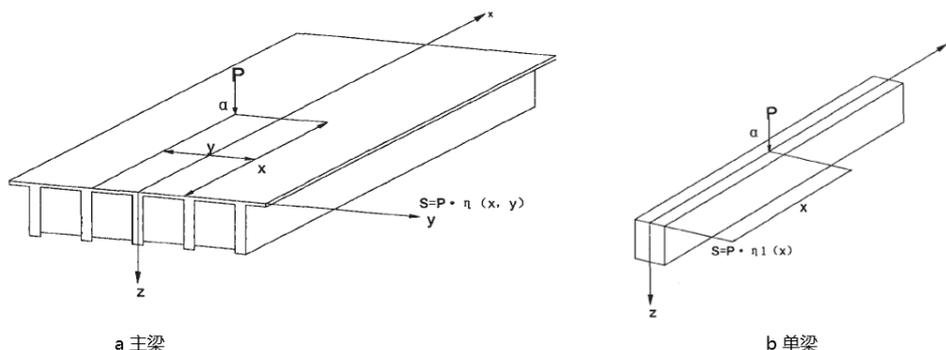


图-1 荷载作用下的内力计算

为了便于设计,我们在桥梁纵、横向均引入影响线的概念,将空间问题简化成了平面问题。该方法实际上就是将影响面 $\eta(x, y)$ 分离成两个单值函数 $\eta_1(x) \cdot \eta_2(y)$ 的乘积。这样,对于某根主梁某一截面的内力值 S 通过下述公式确定:

$$S = P \cdot \eta(x, y) \approx P \cdot \eta_1(x) \cdot \eta_2(y)$$

式中:

$\eta(x, y)$: 为空间计算中某梁的内力影响面;

$\eta_1(x)$: 为单梁在 x 轴方向(梁纵向)某一截面的内力影响线;

$\eta_2(y)$: 单位荷载沿 y 轴方向(梁横向)作用时,某梁所分配的荷载比值曲线,也称荷载横向分布影响线。

当求解出主梁 $a(x, y)$ 点在轴向最不利的荷载数值 P' 时,其中 $P' = P \cdot \eta_1(x)$,将其乘以横向分布影响系数 $\eta_2(y)$,即可得到单个主梁所能分配到的荷载值,即 $P' \cdot \eta_2(y) = P \cdot \eta_1(x) \cdot \eta_2(y)$ 。当荷载 P 按照最不利的横向位置布载,系数 $\eta_2(y)$ 取到最大值,此时该最大值就称为荷载横向分布系数 m 。通过该系数即可直接由主梁的纵向荷载最不利值,直接求出某片主梁横向的最不利荷载值。

2 美国规范

美国桥规中对每种截面形式给出了相应的内梁弯矩、边梁弯矩、内梁剪力和边梁剪力的横向分布系数计算表达式,均为



经验公式。CSiBridge 内置了 AASHTO LRFD 规范横向分布系数的计算方法，也可以通过有限元或其他方式确定活载的横向分布系数。

需要注意的是，美国桥规中依据截面特点、连接方式将上部结构划分为 11 种典型截面形式，但是 CSiBridge 支持规范计算的桥梁类型为：预制混凝土 I 型组合梁桥、预制混凝土 U 型组合梁桥、多箱室混凝土箱梁桥、I 型钢混组合梁桥、U 型钢混组合梁桥等。这里以一个预制混凝土 I 型组合梁桥为例简要介绍规范计算方法在 CSiBridge 中的实现，并对比几种计算方法结果的差异。

2.1 算例介绍

该预制混凝土 I 型组合梁桥跨度为 110ft，和线路斜角角度为 20°，主梁类型为 Type I-Beam (28/72)，其主要截面尺寸如图 2 所示。为例简要说明 CSiBridge 中荷载分布系数的计算方法：

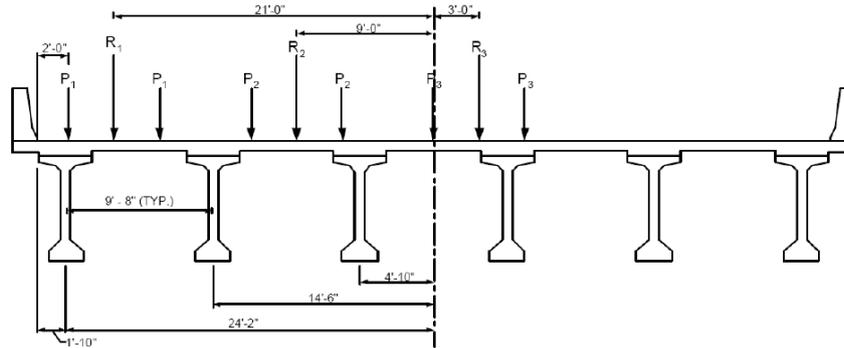


图 2 主梁尺寸图

2.2 规范计算方法

对于预制 I 型组合梁桥梁，规范 AASHTO LRFD 规范 4.6.2.2 中给出了相应的横向分布系数计算表达式，如表 1 所示。

表 1 美国桥规 I 梁弯矩和剪力横向分布系数计算表

类别	横向分布系数	适用条件
内梁弯矩	单车道加载: $mg_M^{SI} = 0.06 + \left(\frac{s}{4300}\right)^{0.4} \left(\frac{s}{L}\right)^{0.3} \left(\frac{K_g}{Lt^3}\right)^{0.1}$ 两车道或多车道加载: $mg_M^{MI} = 0.075 + \left(\frac{s}{2900}\right)^{0.6} \left(\frac{s}{L}\right)^{0.2} \left(\frac{K_g}{Lt^3}\right)^{0.1}$	$1100\text{mm} \leq S \leq 4900\text{mm}$ $110\text{mm} \leq t_e \leq 300\text{mm}$ $6000\text{mm} \leq L \leq 73000\text{mm}$ $N_b \geq 4$ $4.0E+9\text{mm}^4 \leq K_g \leq 3E+12\text{mm}^4$
边梁弯矩	单车道加载 mg_M^{SI} : 杠杆法 两车道或多车道加载: $mg_M^{MI} = e \cdot mg_M^{SI}$ 式中: $e = 0.77 + \frac{d_e}{2800}$	$-300\text{mm} \leq d_e \leq 73000\text{mm}$ $N_b \geq 4$
内梁剪力	单车道加载: $mg_V^{SI} = 0.36 + \frac{s}{3600}$ 两车道或多车道加载: $mg_V^{MI} = 0.2 + \frac{s}{3600} - \left(\frac{s}{10700}\right)^{2.0}$	$1100\text{mm} \leq S \leq 4900\text{mm}$ $110\text{mm} \leq t_e \leq 300\text{mm}$ $6000\text{mm} \leq L \leq 73000\text{mm}$ $N_b \geq 4$
边梁剪力	单车道加载 mg_V^{SI} : 杠杆法 两车道或多车道加载: $mg_V^{MI} = e \cdot mg_V^{SI}$ 式中: $e = 0.6 + \frac{d_e}{3000}$	$-300\text{mm} \leq d_e \leq 73000\text{mm}$ $N_b \geq 4$

其中:

- mg_M^{SI} 、 mg_M^{MI} : 分别为单车道弯矩横向分布系数和多车道弯矩横向分布系数;
- mg_V^{SI} 、 mg_V^{MI} : 分别为单车道剪力横向分布系数和多车道剪力横向分布系数;
- b 、 d : 为梁宽和为梁的高度 (mm);
- d_e : 为外梁中心到路缘石或车辆护栏内边的距离 (mm);
- e : 为修正系数;
- I : 为截面惯性矩 (mm^4);
- J : 为截面抗扭惯性矩 (mm^4);
- k : 为不同形式结构常数;
- K_g : 为纵向刚度参数 (mm^4);
- L 、 S : 为梁跨和梁间距 (mm);

N_b : 为梁、纵梁的片数;

t_e 、 t_s : 为钢板和混凝土板的厚度(mm);

依据上述表格中的规范公式可以计算出内梁和外梁的活荷载分布系数。

2.3 程序实现

在 CSiBridge 中建立算例模型, 如下图所示。在定义截面时, 程序会依据主梁截面数据自动将其分为不同的肋梁, 如下图中的梁-1、梁-2……梁-6。依据位置关系将其分别识别为内梁和外梁, 其中梁 1 和梁 6 为外梁, 梁-2~梁 5 为内梁。

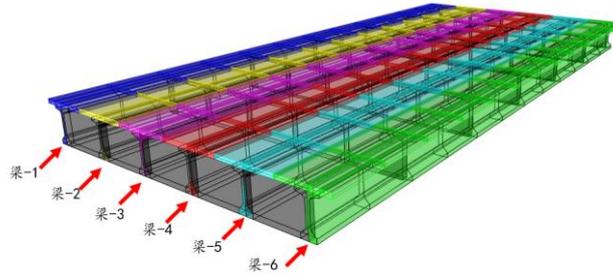


图 3 算例模型

选择依据规范计算活荷载的分布系数时, 需要指定车辆的重轴宽度、车轮与路缘石的最小距离、车道的总宽度, 是否考虑横隔梁(板)的作用、以及多车道的折减系数, 具体如图 4 所示。

Live Load Distribution (LLD) to Girders

Method: Use Factors Specified by Design Code

Axle Width: 72 Curb to Wheel Distance: 24

Lane Width: 144 Diaphragms/Cross-Frames Present: Yes

	One Lane	Two Lanes	Three Lanes	More Lanes
Multiple-presence Factor	1.2	1.	0.85	0.65

图 4 活荷横向分布系数参数设置

这里有两点需要注意, (1) 是否考虑横隔梁(板)的作用 (Diaphragms/Cross-Frames Present), 该选项对应规范 AASHTO LRFD 4.6.2.2.2d 条, 即如果桥梁设置有足够数量的横隔梁或横隔板, 可以将各片主梁之间连接关系处理为刚体时, 此时计算的分布系数不应小于按规范 AASHTO LRFD S4.6.2.2.2d 计算的数值。一般来说勾选该选项后, 计算的分布系数数值更加保守。

(2) 程序在计算内梁和外梁的活荷载分布系数时候会自动考虑多车道的折减系数, 折减系数为图 4 表格中的数值。因此在定义移动荷载工况中时, 需要将多车道折减系数调整为 1.0, 避免重复考虑。

完成上述参数的填入后, 程序会读取“桥对象”中车道的宽度数据、主梁断面等数据, 自动计算活荷载分布系数。需要注意的是, 上述参数和桥梁对象中的车道数据及主梁断面数据是相关的, 需要按真实数值输入, 不能随意填入, 否则会导致程序无法完成相应的设计需求。进行设计需求校核时, 用户可通过结果表格输出每一片主梁的活荷载分配系数。

完成分析设计后, 通过结果表格“Bridge Super Design AASHTOLRFD20 09- PCCCompShear-Prop”可以查看由程序计算的横向分布系数, 如图 5 所示, 其中“LLDFactV”为剪力横向分布系数, “LLDFactM”为弯矩横向分布系数。

DesReqName	BridgeObj Text	Station in	Location Text	Girder Text	GirderDist in	LLDFactV Unitless	LLDFactM Unitless	LLDFactSect	WebWidth in	Web
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Left Exterior Girder	0	0.806897	0.806897	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Interior Girder 1	0	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Interior Girder 2	0	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Interior Girder 3	0	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Interior Girder 4	0	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	0	After	Right Exterior Girder	0	0.806897	0.806897	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Left Exterior Girder	110	0.806897	0.806897	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Interior Girder 1	110	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Interior Girder 2	110	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Interior Girder 3	110	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Interior Girder 4	110	0.929274	0.781317	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	Before	Right Exterior Girder	110	0.806897	0.806897	0.166667	8	
DReq2-shear	BOBJ1	110	After	Left Exterior Girder	110	0.806897	0.806897	0.166667	8	

图 5 抗剪承载能力校核

这里将程序计算结果和手算结果进行统计，如表 2 所示，可以看到程序计算结果和 2.2 小节中的手算结果吻合。

表 2 横向分布系数计算数值对比

计算方法	加载工况	弯矩		剪力	
		内梁	外侧梁	内梁	外梁
手动计算数值	多车道加载	0.781	0.772	0.929	0.762
	单车道加载	0.542	0.807	0.782	0.807
	Max	0.781	0.807	0.929	0.807
CSiBridge 输出值		0.781	0.807	0.929	0.807

2.4 有限元方法与规范法的对比

在定义主梁截面时，程序已经对主梁中各个肋梁做了划分，如图 3 所示。基于影响面计算车辆荷载的最不利布置时，程序会依据各个肋梁所包含的壳单元做积分，直接通过有限元方法统计各个肋梁在车辆荷载工况下的最不利荷载。

需要注意的是，通过有限元计算车辆荷载的最不利布置时不是在设计需求中指定多车道折减系数，需要在荷载工况中考虑多车道折减系数。分析完成后，可通过表格输出各个主梁在车辆荷载作用下的最大弯矩包络值。这里提取出各个肋梁的最大弯矩包络，并将该值与通过规范方法求的各个肋梁移动荷载最大弯矩值包络进行比较，如图 6 所示。

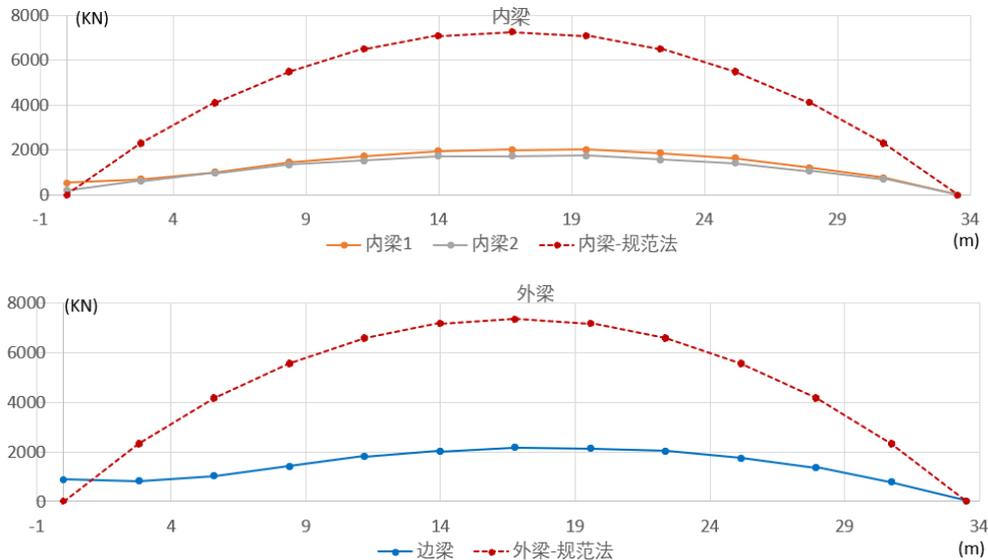


图 6 各肋梁移动荷载弯矩包络值

该桥梁为左右对称结构，因此这里分别将内梁和外梁按有限元计算数值和按规范计算的数值绘制于同一图中。从图 6 中可以看出，无论对于内梁还是外梁，规范法求得肋梁弯矩数值远大于通过有限元求得弯矩数值。从表 2 中计算得到的横向分布系数可知，其分项系数的数值均在 0.75 以上，该系数与主梁总的弯矩相乘后，数值非常大，规范计算的数值过于保守。对比有限元方法计算的内梁 1 和内梁 2 的最大弯矩包络曲线，可以看到，内梁的最大弯矩包络曲线也并不是相同的，不同位置的内梁的最大弯矩包络并不相同。

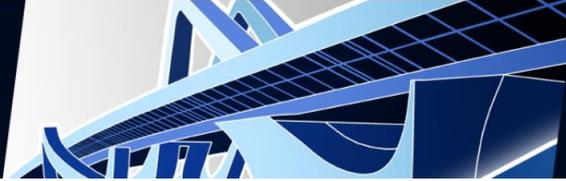
另外在支座位置处，规范方法通过分项系数计算时，由于桥梁两端的边界条件为铰接，因此计算处的最大弯矩包络在支座位置处均为 0，因此通过乘以相应的分布系数得到单梁的弯矩值时，在支座位置处的数值同样为 0。但是通过有限元方式计算时，程序会考虑单梁与单梁之间的连接关系，在支座位置处其最大弯矩的包络并不是 0，其结果更加符合结构的真实分布。

3 中国规范

对于不同类型的桥梁 AASHTO 明确细致地规定了其横向分布系数的计算方法，但是中国规范并没有对车辆横向分布系数的计算方法给出明确的规定，目前主要是参考李国豪《公路桥梁荷载横向分布系数计算》的方法进行计算。在计算横向分布系数时，需要根据主梁间的构造形简化计算模型。

3.1 一般做法

在计算横向分布系数时，需要根据主梁间的构造形式，按不同的横向结构简化计算模型选用相应的计算方法。目前常用



的方法包括：杠杆原理法、偏心压力法、铰接板（梁）法、刚接梁法和比拟正交异性板法。上述各种方法的共同点是：从分析荷载在桥上的横向分布出发，求得各梁的横向分布影响线，进而通过横向最不利布载来计算荷载横向分布系数 m 。

3.2 算例介绍

该算例为简支的钢筋混凝土刚接 T 梁桥，计算跨度 $L=19.5\text{m}$ ，桥宽为净 7m ，两侧 $2\times 0.75\text{m}$ 的人行道。主梁由五根等截面预制 T 梁构成，在桥梁两端和跨中设置有横隔板，横隔板间距为 4.88m ，如图 6 所示。对该桥梁施加公路 II 级荷载，汽车横向轮距为 1.8m ，两列汽车车轮的横向最小间距为 1.3m ，车轮距离人行道缘石最小距离为 0.5m 。通过桥梁博士（BD）和 GQJS，分别按照刚接板和铰接板的方法计算出各片 T 梁的活载分布系数，如表 3 所示。

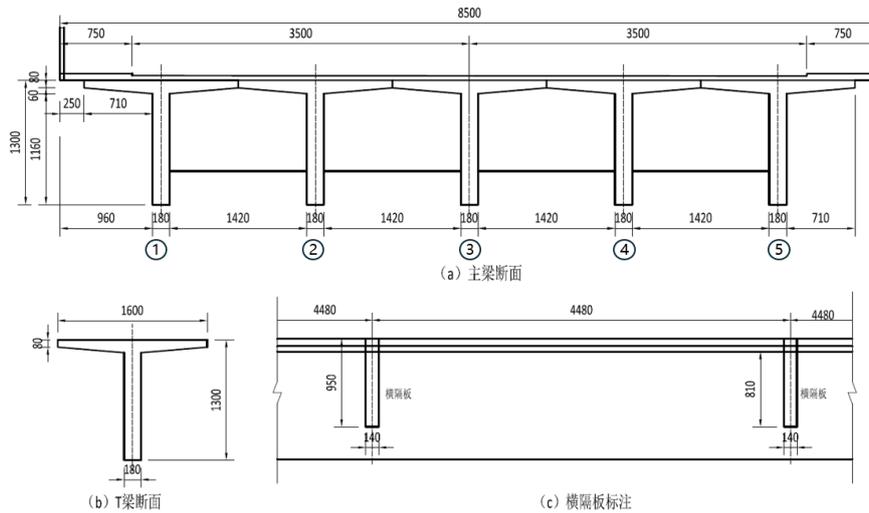


图 7 模型尺寸图

表 3 各片 T 梁的横向分布系数(图上标注编号)

计算方法	T 梁编号				
	1	2	3	4	5
BD-刚接板	0.516	0.462	0.406	0.462	0.516
BD-铰接板	0.409	0.513	0.514	0.513	0.409
GQJS_刚接板	0.464	0.481	0.467	0.481	0.467
GQJS-铰接板	0.438	0.477	0.512	0.477	0.438

3.3 程序实现及对比

在 CSiBridge 中通过壳单元建立该案例的三维模型，如图 8 所示。

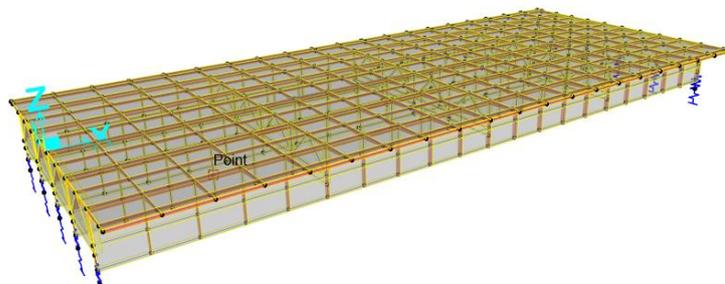


图 8 三维壳单元模型

中国规范没有明确的规定横向分布系数的计算方法，程序也无法依据梁格法、板梁法及梁系法等理论方法计算相应的活载分布系数。并且程序中指定梁的横向分布系数时需按照内梁和外梁、抗弯和抗剪来分别指定的，如图 9 所示，因此无法手动直接指定各片主梁的横向分布系数。因此当采用国标设计时，推荐采用有限元的方法：依据有限元分析结果，由程序直接从各个主梁中读取活荷载效应值。此时程序将基于影响面的原理，直接通过有限元的方式直接计算各片主梁在活载作用下的

最不利弯矩值，无需考虑横向分布系数。注意在定义移动荷载工况时，需要在工况中指定多车道折减系数。

Live Load Distribution (LLD) to Girders		
Method	Use Factors Specified by User	
Location	Moment	Shear
Interior Girder	0.905	1.082
Exterior Girder	0.905	1.082

图9 指定活荷载分布系数

这里采用有限元方法计算案例模型中各片 T 梁在公路 II 级荷载作用下的最不利弯矩值。并与采用表 3 中的横向分布系数计算的弯矩值进行对比，整理结果如图 10 所示。该桥梁为对称结构，因此下述结果中仅列出了梁-1、梁-2、梁-3 采用不同方法计算车辆荷载的内力分布图。：

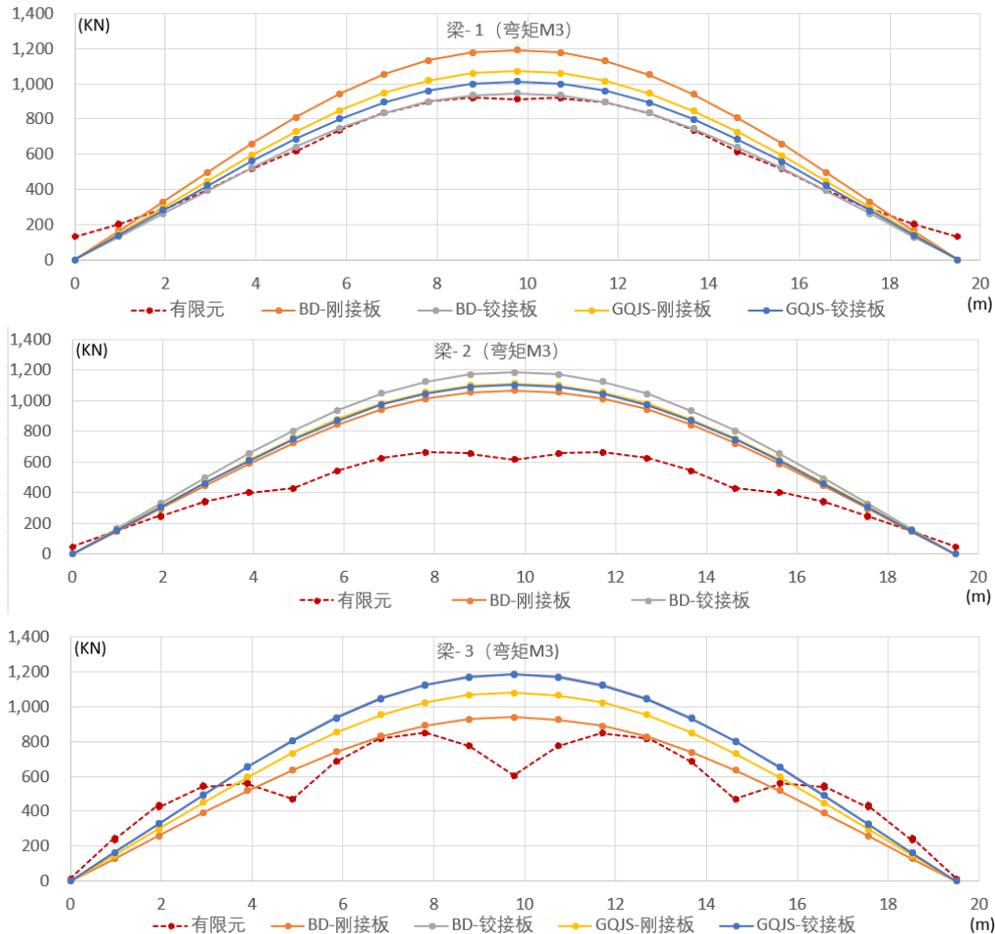
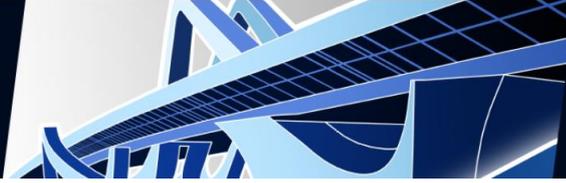


图 10 不同梁的弯矩 M3 分布图

从结果图中可以看出，虽然 BD 和 GQJS 采用相同的理论方法，但是由于计算假设的差异，对于同一个桥梁的同一个肋梁其计算的横向分布系数也会有所差异。另外，采用不同的理论方法计算出的横向分布系数差异可能较大。比如对于梁-3，BD-刚接板理论和 BD-铰接板理论计算的数值相差接近 20%，不同的计算方法有各自的适用范围，如果假设错误可能出现较大的设计偏差。

从各个肋梁的内力分布来看，有限元计算的结果普遍较小，经验公式的计算数值普遍较大，中间肋梁的影响最大。经验公式计算可能会出现计算过于保守的问题，导致设计不够经济。另外，无论是刚接板理论和铰接板理论均无法定量的考虑横隔板的作用。查看有限元方法计算的最大弯矩包络图可以发现，在横隔板位置处，无论是内梁还是外梁，其弯矩分布并不是传统的抛物线形，而是类似波浪分布。其主要原因就是横隔板可以有效的将单个肋梁的受力传递到相邻的肋梁上，降低了单个肋梁在横隔板位置处的峰值弯矩。



4 计算方法的选择

由于横向分布系数的大小会直接影响设计结果，而计算方法决定了其数值的大小，因此选中合适的计算方法显得尤为重要。对此，在 CSiBridge 中用户可依据需要选择不同的方式确定横向分布系数的数值。在程序中有四种方法确定主梁的横向分布系数，分别是：

- 方法 1：直接由用户指定活荷载分布系数。需要注意的是，程序依据主梁的位置将其分为内梁和外梁，并在计算活荷载的弯矩和剪力效应时分别考虑不同的系数。因此，用户需要依据梁的类型和计算效应的不同分别指定对应的活荷载分布系数。
- 方法 2：由程序依据规范自动计算。填入对应的结构参数后，CSiBridge 可根据 AASHTO LRFD 第 4.6.2.2 节中规定计算活荷载分布系数。目前程序不支持中国规范的横向分布系数的计算。
- 方法 3：依据有限元分析结果，由程序直接从各个主梁中读取活荷载效应值。该方法适用于采用壳体单元或实体单元模拟的桥对象。
- 方法 4：活载在各个主梁之间均匀分布。选择该方法选择后，各个主梁的活载分布系数相同，不考虑其位置（外梁或内梁）及需求类型（剪力或弯矩）。系数大小等于 $1/n$ ，其中 n 为截面中的主梁的个数。

设计时用户可以自由地切换不同的横向分布系数计算方法，对比这几种方式对设计结果的影响，从而决定采用哪种方式是最合理的结果。

5 小结

采用各种理论方法（梁格法、板梁法及梁系法）计算荷载横向分布系数，均存在局限性。不同的计算方法有各自的适用范围，不可盲目使用。对于规则桥梁来说，尚可采用经验公式计算，而对于非规则桥梁却毫无办法。CSiBridge 中的有限元分析法避免了各种理论方法的假设，直接通过三维模型解决空间问题，具有适用面广，操作性强，计算结果准确的特点，适用于各类桥梁的活荷载的最不利分布计算。

参考资料

[1] Computers & Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司. CSI Bridge Superstructure Design AASHTO 2014. 2019.

[2] 姚玲森. 桥梁工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008.