

PISA 项目与海上风电单桩基础设计程序 PLAXIS Monopile Designer

筑信达 郭晓通

随着设备技术的逐步成熟，开发经验的不断积累，国内海上风电开发逐步进入了加速期。海上有丰富的风能资源和广阔平坦的区域使得近海风力发电技术成为近年来研究和应用的热点。目前海上风电机组基础结构有重力式、单桩结构、三角架结构、导管架结构和浮式结构等，其中单桩结构是目前海上风电场应用最多的一种结构^[1]。

对于海上风电单桩基础在水平荷载作用下的桩-土响应分析。目前主要的方法包括 P-Y 曲线法，有限元法等，但各自有其缺点：P-Y 曲线法对于长径比（L/D）较小的大直径单桩适用性较差，结果过于保守；完全的有限元法由于效率较低，不适合多次迭代，可以做验证，但不适合做设计。

PISA 联合工业项目提出了一种面向海上风电大直径水平受力单桩的新的分析方法，PISA 的方法是一种基于铁木辛柯（Timoshenko）梁理论的一维有限元方法，可以同时满足海上风电单桩基础设计中的高精度与高效率需求。PLAXIS Monopile Designer 是基于 PISA 方法的首个商业化软件包。

1. PISA 项目及方法简介

PISA（Pile-Soil Analysis）联合工业项目是一项研究，旨在为海上风电单桩基础开发新的设计程序。这项研究由牛津大学、伦敦帝国理工学院和都柏林大学学院组成的学术工作组开展，并与一系列企业合作伙伴合作进行。PISA 项目从 2013 年开始，第一阶段在 2016 年结束，通过在纯砂土和纯黏土地中进行模型试验和数值模拟，在传统 P-Y 方法的基础上，提出并验证了一种面向海上风电大直径单桩的设计方法^[2-5]。

如图 1 所示，传统的 P-Y 方法考虑桩体为细长杆件，采用欧拉-伯努利梁模型，考虑桩身受到的土体分布荷载。而 PISA 方法考虑具有一定直径的桩体，除了作用于桩身的分布荷载 p 外，当桩-土接触面发生相对位移时桩身会受到土体的分布力矩 m ；由于桩的局部旋转，桩底还会受到土体的力矩 M 和水平剪力 S 。PISA 方法的计算采用铁木辛柯（Timoshenko）梁模型，以便将桩的横向剪切变形纳入到计算中。模型中的将土反力、力矩与局部桩位移、旋转联系起来的函数被称为“土反力曲线”，包括：

- （1）分布荷载曲线。该曲线定义了桩身分布的水平荷载 p 与桩身水平位移 v 之间的关系。
- （2）分布力矩曲线。该曲线定义了桩身分布的力矩 m 与桩身转角 θ 之间的关系。
- （3）基底剪力曲线。该曲线定义了基底的剪力 S 与桩底水平位移之间的关系。
- （4）基底力矩曲线。该曲线定义了基底的力矩 M 与桩底转角 θ 之间的关系。

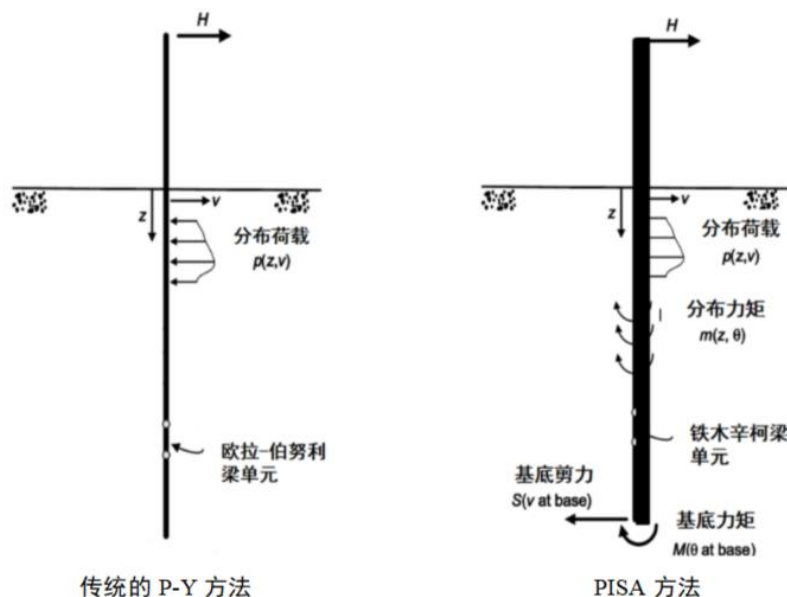


图 1 传统的 P-Y 方法与 PISA 方法的模型对比

PISA 方法的求解关键在于确定土反力曲线。然而对于特定尺寸的桩与特定场地，土反力曲线并不唯一，而是与桩平移和旋转量的相对大小等因素有关，因此有必要使用一定数量的变形模式来校准土反力曲线，这些模式代表了实际的海上风电单桩基础可能经历的变形模式。也就是说，PISA 设计模型需要在一个精心选择的设计空间内进行校准。

对于土反力曲线获取，PISA 考虑有两种主要的方法：

- 1、在特定的场地上进行多组模型试验并根据实际的监测数据提取桩体在不同变形模式下的土反力曲线，再将不同场地的土反力曲线整合形成一套参考标准，用户可以通过类似于“查表”的方式来获得相对应的土反力曲线数据；
- 2、为特定场地的桩建立三维有限元单桩模型。可从数值分析结果中提取桩/土界面应力的相关数据，用于建立场地特定的土反力曲线。

第一种方法被称作基于规范（Rule Based）的方法，PISA 项目中选取了英格兰考登（Cowden）的冰碛硬黏土地^[6]、苏格兰博什肯纳（Bothkennar）的软黏土地、法国敦刻尔克（Dunkirk）的砂土（中等密实度或密实的砂土）^[7]进行了多组模型试验，得到了典型场地的土反力曲线数据；第二种方法被称作基于有限元（Numerical Based）的方法，PLAXIS3D 被用于创建单桩分析模型并提取土反力曲线。

如果是不断修改单桩尺寸参数进行迭代计算，则土反力曲线还应考虑不同单桩尺寸下的数据，考虑了单桩尺寸及桩变形模式的土反力曲线经参数化归一化后可称作“深度变化函数”（DVF）。

“深度变化函数（DVF）”定义了一维设计的设计轮廓/空间，即最终的一维铁木辛柯梁计算是在该设计轮廓/空间中进行的，或者说是依赖于该深度变化函数进行校准的。所以对于 PISA 方法的单桩设计，整体流程为：

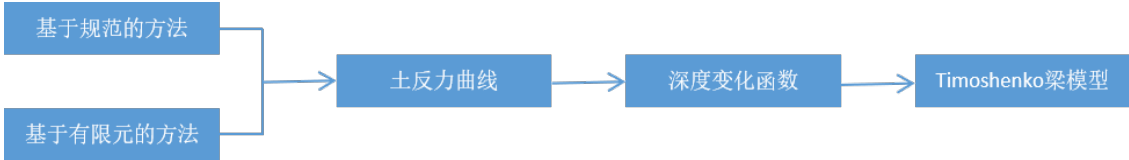


图 2 PISA 方法的设计流程

在 PISA 项目获得成功和关注后，PISA 项目在 2017 年开启了第二阶段，并在 2018 年结束。PISA2 主要是对于 PISA 方法在成层的土体中的适用性进行验证。He, Y^[8]先在均质砂土、黏土上建立三维有限元单桩模型，得到二者的土反力曲线后将曲线导入到一维设计空间中，采用两类曲线分别校准一维设计空间中对应土层的方式进行了成层中的单桩响应分析，并与完全的有限元方法结果进行了对比，证明了基于有限元的方法在砂、黏土互层条件下分析单桩响应的适用性。Byrne, B.W^[9]总结了包括考登的冰碛硬黏土、脆性硬塑性粘土（伦敦粘土）、博什肯纳软粘土、不同密度的敦刻尔克砂土及上述土层混合而成的成层土中的单桩设计方法。结果表明，均质土层中得到的土反力曲线适合于对 PISA 一维设计空间中的成层土反力进行校准。只有少数情况下需要更详细和定制的分析。

PISA2 的成果表明，对于某个砂、黏土混合的场地，主要工作在于通过规范/有限元的方法获取桩在每个典型土层的深度变化函数（DVF）。深度变化函数获取后，针对风场各机位对应的实际土层分布情况进行一维有限元计算即可。

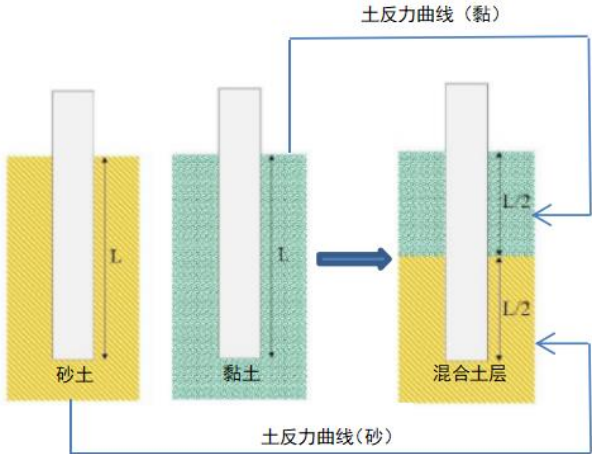


图 3 成层中的单桩设计方法



2. PLAXIS Monopile Designer 的功能特性与使用方法

2.1 总体分析流程

PLAXIS Monopile Designer 是 PLAXIS 推出的基于 PISA 成果的海上风电单桩设计程序。已得到了广泛的验证^[10-12]及在全球范围内的应用。

PLAXIS Monopile Designer 提供了基于规范的和基于有限元的两种分析方法，并提供了流程化的分析过程，二者的区别主要在于深度变化函数（DVF）的获取上。PLAXIS Monopile Designer 中包含【土体】、【校准】、【分析】、【结果】四个主要模式。使用基于规范的设计，用户可以直接从【分析】模式开始，将由“规范”提供的拟合参数创建的深度变化函数导入到一维设计空间中进行分析计算，并利用【结果】模式获取计算结果；使用基于有限元的设计，用户首先应在【土体】模式中创建当前场地的土层模型，在【校准】模式中创建多组单桩模型并自动调用 PLAXIS 3D 计算并提取对应的土反力曲线，曲线经参数化归一化后用户可进入【分析】模式中进行计算，并在【结果】模式中查询计算结果。

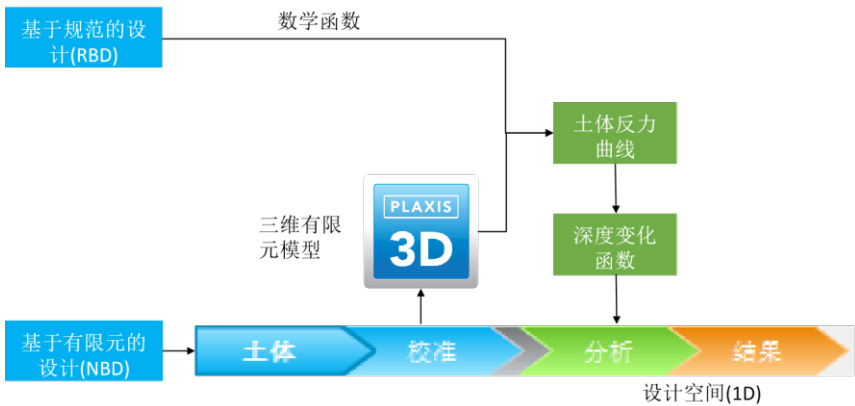


图 4 PLAXIS Monopile Designer 设计流程

2.2 深度变化函数 (DVF) 的获取——基于规范的方法

基于规范的方法定义了几种参数化、标准化的深度变化函数。程序会根据当前场地的土体参数对这些深度变化函数进行去归一化，得到半特殊化的土反力曲线。由于这种方法依赖于对深度变化函数的一般拟合而不是基于当前场地实际的土层模型进行数值校准，所以该方法的结果是一个偏近似的解，更适合应用于项目早期以快速地获取结果。

目前 PLAXIS Monopile Designer 的手册中提供了 PISA 项目中的考登硬黏土、博什肯纳软黏土、敦刻尔克砂土三个模型供用户使用。用户需根据当前场地土层特性选取指定模型并利用手册提供的标准参数表确定拟合参数，其中砂土 24 个参数，黏土 28 个参数（如图 5）。

Component	Parameter	Symbol	DVF Coefficient	Cowden till (Byrne et al., 2020 (on page 146))	Bothkennar clay (Burd et al., 2020b (on page 146))
	Curvature	n_{p1}	c4	0.939	0.7204
		n_{p2}	c5	-0.03345	-0.00268
	Ultimate reaction	p_{u1}	c6	10.7	7.743
		p_{u2}	c7	-7.101	-3.945
		p_{u3}	c8	-0.3085	-0.08456
Distributed moment, $m-\theta$	Ultimate rotation	θ_{mu}	c9	0.2042	0.2863
	Initial stiffness	k_{m1}	c10	1.42	1.698
		k_{m2}	c11	-0.09643	-0.1576
	Curvature	n_m	c12	0	0
	Ultimate moment	m_{u1}	c13	0.2899	0.4862
		m_{u2}	c14	-0.04775	-0.05674

图 5 截取的标准参数表



随后，用户需手动定义深度变化函数文件，用户可以以文本文件（ASCII 编码）的方式将数据写入文档并另存为.dvf 格式。如图 7 所示，文档内容包括：

- 1、深度变化曲线标识：统一为 PLAXIS MONOPILE DESIGNER DEPTH VARIATION FUNCTIONS;
- 2、版本号：V22 版本为 3;
- 3、参数化方程类型：统一为 conic;
- 4、材料类型：clay 或 sand;
- 5、排水类型：sand 为排水，clay 为不排水;
- 6、土层数据：土层顶部与底部高程、浮重度 γ 、刚度参数（该层中部位置的小应变剪切模量 G_0 ）、强度参数（砂土为内摩擦角 ϕ 和剪胀角 ψ ，黏土为土层顶部与底部的不排水抗剪强度 S_u ）;
- 7、单桩数据：包括泥面以下长度 h (m)、泥面以上长度 L (m)、外径 D (m)、壁厚 t (m)、材料杨氏模量 E (kN/m²)，桩身尺寸数据推荐至少选择 8 组，应覆盖拟设计的单桩的基本尺寸。在尺寸选取时，可以图 6 所示的图表作为选取工具，即校准用的桩身尺寸 h/L 和 L/D 应“包住”最终设计模型中的 h/L 和 L/D 。

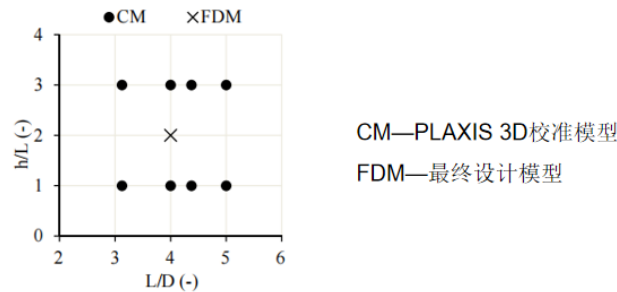


图 6 截取的标准参数表

- 8、泥面最大位移与转角：拟设计桩的实际允许位移与转角。
- 9、拟合参数：查 PLAXIS Monopile Designer 手册中 Scientific Manual 章中的 Rule Based Design 小节获得（见图 5）。
- 10、刚度截止：参数化过程中确定的初始刚度参数的最小值，防止接近泥面位置的刚度值为负。

```
# Depth variation functions flag
PLAXIS MONOPILE DESIGNER DEPTH VARIATION FUNCTIONS
# Version number
3
# Parameterisation function type
conic
# Material type
clay
# Drainage type
undrained
# Number of soil layers
4
#SoilLayer    ztop(m)    zbottom(m)    gammasubmerged(kN/m3)    G0(kN/m2)    sutop(kN/m2)    subottom(kN/m2)    K0
1            0.0       -10.0         7.5           75000.0       50.0            70.0            1.0
2           -10.0      -25.0         8.0           100000.0      80.0            95.0            1.0
3           -25.0      -40.0         9.0           120000.0     100.0           115.0           0.9
4           -40.0      -50.0       10.0           140000.0     120.0           140.0           0.8
# Number of Geometry data sets
8
#h(m)        L(m)        Dout(m)      t(m)        E(kN/m2)
25.0        15.0        5.0        0.05       210000000.0
25.0        25.0        5.0        0.05       210000000.0
100.0       15.0        5.0        0.05       210000000.0
100.0       25.0        5.0        0.05       210000000.0
25.0        21.0        7.0        0.07       210000000.0
25.0        35.0        7.0        0.07       210000000.0
100.0       21.0        7.0        0.07       210000000.0
100.0       35.0        7.0        0.07       210000000.0
# Max displacement reached at ground level (m)
1.371147902105263
# Max rotation reached at ground level (rad)
0.0984185195521575
# Fitting parameters
c1
c2
c3
...
c28
```

图 7 编写 DVF 文件（基于规范的方法）



2.3 深度变化函数 (DVF) 的获取——基于有限元的方法

基于有限元的方法允许用户根据实际的场地情况创建深度变化函数，相较于基于规范的方法，可以获得更精确的结果。

使用基于有限元的方法，用户首先应在【土体】模式下创建当前场地中的黏土/砂土模型。



图 8 创建土层（基于有限元的方法）

砂土默认其排水类型为排水，黏土为不排水。土体参数包括：

- 1、土层范围：土层底部高程（顶部默认为 0）；
- 2、基本参数： γ' —土层浮重度；
- 3、刚度参数： G_0 —小应变剪切模量（土层中部的）；
- 4、强度参数：砂土为内摩擦角和剪胀角，黏土为层顶和层底的不排水抗剪强度 S_u ；
- 5、初始状态参数：土层的侧压力系数 K_0 。

使用基于有限元的方法，程序默认砂土采用小应变刚度硬化（HSS）本构模型；黏土采用 NGI-ADP 本构模型。本构模型中的土体刚度参数由用户输入的小应变剪切模量 G_0 值自动进行转换，用 G_0 可以由以下理论公式来获取：

$$G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{c \cos \varphi - \sigma'_3 \sin \varphi}{c \cos \varphi + p^{ref} \sin \varphi} \right)^m \quad G_0^{ref} = 33 \cdot \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} [MPa]$$

用户也可以根据实际试验结果手动修改本构模型相关的参数。土体参数定义后，用户需切换到【校准】模式下定义校准用的单桩参数（如图 9）。单桩参数的选取与基于规范的方法类似，本文 2.2 节中有相关介绍。其中 v_g/D_{out} 是桩在泥面处的目标位移/桩的外径，推荐为 0.1-0.3。



图 9 定义校准用的单桩参数并调用 PLAXIS3D 建模、计算、提取结果（基于有限元的方法）

随后，按顺序分别点击【生成】→【计算】→【参数化】选项，程序将调用 PLAXIS 3D 自动完成当前场地各组单桩模型的建模、计算、土反力曲线提取，并自动生成深度变化函数文件 Calibrated.dvf。同时，窗口右侧将显示提取到的各组单桩的响应曲线、土反力曲线、深度变化函数曲线结果（如图 10）。

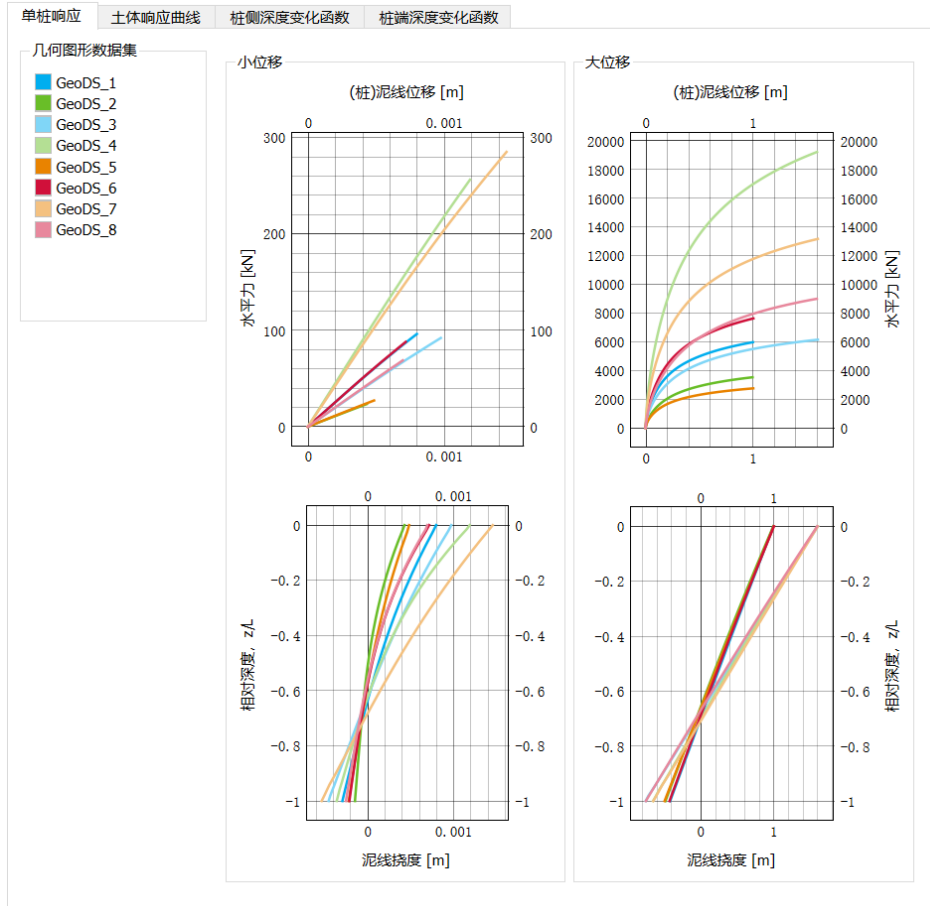


图 10 土反力曲线及深度变化函数结果（基于有限元的方法）

2.4 一维设计空间及计算结果

无论哪种方式获得的深度变化函数（DVF）文件，都可以导入到【分析】模式下用于一维设计空间的校准。当使用基于有限元的方法时，不同土层的深度变化函数文件名称均默认为 Calibrated.dvf，用户需手动对该名称进行修改。

当前场地不同性质的土层数量有几层，则应创建、导入几个深度变化函数文件，并定义其对应的土层类型及分布范围。即对于砂、黏土互层的场地，用户应先将土层分层，再针对每一层土通过规范或有限元的方法创建该土层对应的深度变化函数，然后分别导入到【分析】模式的一维设计空间中（如图 11）。

土体响应曲线		土层	厚度变化	专业设置
导入...		删除		
	文件名 [-]	土体类型 [-]	类型 [-]	
1	clay.dvf	clay	DVF	
2	sand.dvf	sand	DVF	
3	sand_2.dvf	clay	DVF	

图 11 一维设计空间——定义场地土层分布及每层土对应的深度变化函数文件

在【分析】模式下，定义结构的基本属性及桩顶的工作荷载后，用户便可以不断地修改单桩设计参数迭代计算并获取对应的计算结果。



单桩几何图形	结构属性	工作荷载(单桩桩顶)
h [m] <input type="text" value="55.00"/>	γ [kN/m ³] <input type="text" value="0.000"/>	H [kN] <input type="text" value="10.00E3"/>
L [m] <input type="text" value="28.00"/>	E [kN/m ²] <input type="text" value="210.0E6"/>	M [kNm] <input type="text" value="120.0"/>
D _{out} [m] <input type="text" value="7.000"/>	ν [-] <input type="text" value="0.000"/>	M _g [kNm] <input type="text" value="550.1E3"/>

图 12 一维设计空间——定义桩上荷载及单桩参数

PLAXIS Monopile Designer 提供了验证功能，程序可以根据一维设计空间中的场地土层分布及单桩设计参数在 PLAXIS 3D 中重新建模计算，并提供一维设计结果与三维有限元结果的对比。此外，PLAXIS Monopile Designer 提供了与 SACS 程序之间的数据接口，桩-土响应的 P-Y、M-T、BH-V、BM-T 曲线可以直接导入到 SACS 程序中用于分析风机整体结构。

【结果】模式中，PLAXIS Monopile Designer 将提供一维设计空间中计算得到的桩顶、泥面、底部位置处桩-土作用详细的曲线及表格结果（图 13）。

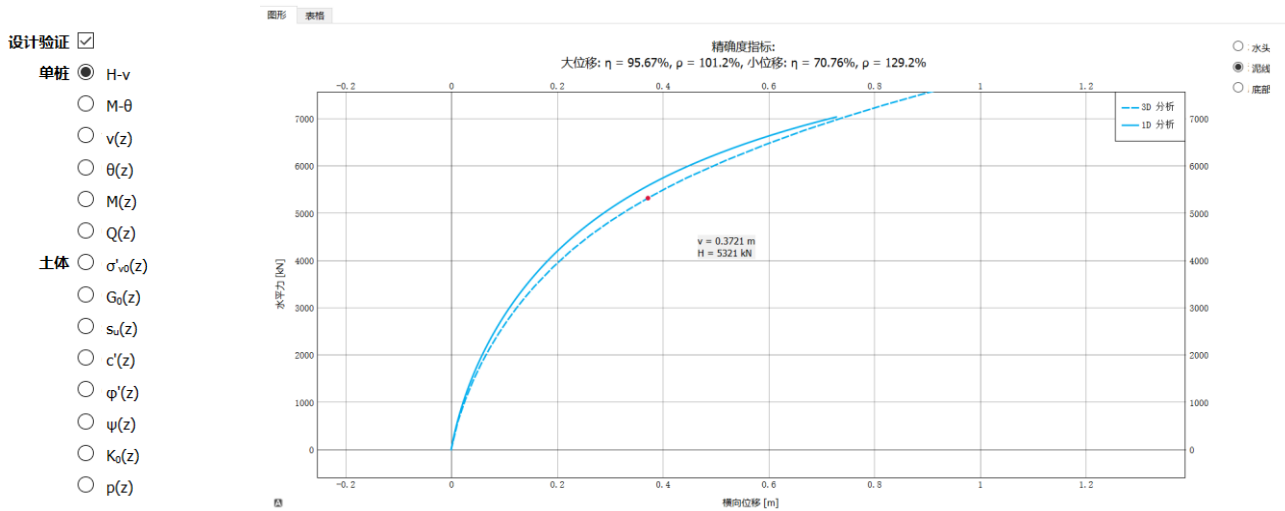


图 13 一维设计空间——分析结果

3、HSS 及 NGI-ADP 本构模型及相关参数简介

一维设计空间中桩-土响应分析精度依赖于深度变化函数，而土体本构模型相关参数的精确性是深度变化函数是否准确的关键。在 PLAXIS Monopile Designer 中，砂土采用小应变刚度硬化（HSS）本构模型，黏土采用 NGI-ADP 本构模型，均为 PLAXIS 3D 标准本构模型库中的本构模型。两个本构模型的相关参数是根据近海黏土地场经验由小应变剪切刚度 G_0 自动转化生成的，而 PLAXIS Monopile Designer 在自动创建 PLAXIS3D 模型后允许用户手动修改两个本构模型的相关参数，即如果有详细的土工试验作为数据支撑，用户可自定义相关参数，以便让 3D 有限元模型更好地匹配当前场地。

3.1 HSS 本构模型

1998 年，斯图加特大学的 Schanz T 在邓肯-张本构模型的基础上提出了硬化土（HS）本构模型。HS 本构模型基于排水三轴试验中偏应力-轴向应变之间的双曲函数关系（如图 14），在邓肯-张本构模型基础上考虑了土体的膨胀性，并引入了屈服帽。

HS 本构模型的主要刚度参数包括：加载割线模量 E_{50}^{ref} 、主固结切线模量 E_{oed}^{ref} 、卸载-重加载模量 E_{ur}^{ref} 、刚度相关性的幂 m 等。所有参数均可以通过排水三轴压缩试验获取。如无三轴试验，也可采用经验性的参数转换关系：对于砂土， $E_{50}^{ref} \approx E_{oed}^{ref} \approx 1/3 E_{ur}^{ref} \approx$ 固结试验模量 E_{s1-2} ，国内外一些文献资料中也提供了非常多的 HS 本构模型取值经验。



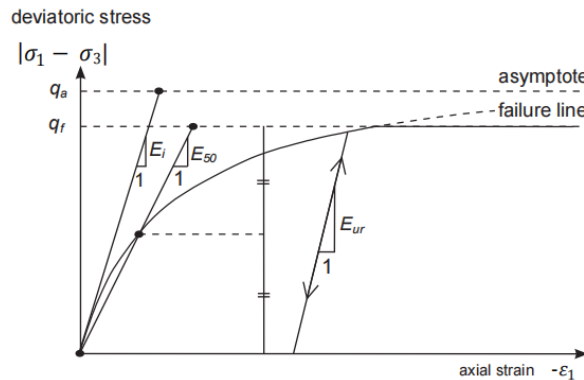


图 14 硬化土本构模型中的应力-应变关系

硬化土本构 (HS) 来源于大变形为主的室内试验, 而小应变刚度硬化 (HSS) 本构源于土动力学中的小应变现象, 考虑工程岩土体在小应变下具有非常大的初始刚度的特性。小应变刚度硬化 (HSS) 本构在硬化土 (HS) 本构的基础上, 引入了两个额外参数描述小应变过程: G_0^{ref} —初始或非常小的应变剪切模量。 $\gamma_{0.7}$ —当剪切应变水平为 $\gamma_{0.7}$ 时, 剪切模量 G_s 降低到 G_0 的 70% (0.722) 左右。

G_0^{ref} 和 $\gamma_{0.7}$ 可以由以下理论公式计算获取:

$$G_0^{ref} = 33 \cdot \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \text{ [MPa]} \quad \gamma_{0.7} \approx \frac{1}{9G_0} [2c'(1 + \cos(2\varphi')) - \sigma'_1(1 + K_0) \sin(2\varphi')]$$

3.2 NGI-APD 本构模型

NGI-ADP 本构模型是一个不排水黏土的各向异性应力-应变-强度模型, 考虑由成因机制 (颗粒向)、应力历史、不排水应力路径等因素引起的土体各向异性行为。其中 NGI 指 Norwegian Geotechnical Institute, ADP 指 active (A), direct simple shear (D) and passive (P)。

如图 15 所示, 水平荷载作用下, 基础底部的土体可以划分为三个区域, 右侧主动区土体以受压为主, 其强度参数接近于三轴压缩试验得到的强度参数; 左侧被动区土体以受拉为主, 其强度参数接近于三轴拉伸试验得到的强度参数; 主被动区中间的土体以水平向受剪切为主, 其强度参数接近于直接剪切试验得到的强度参数。

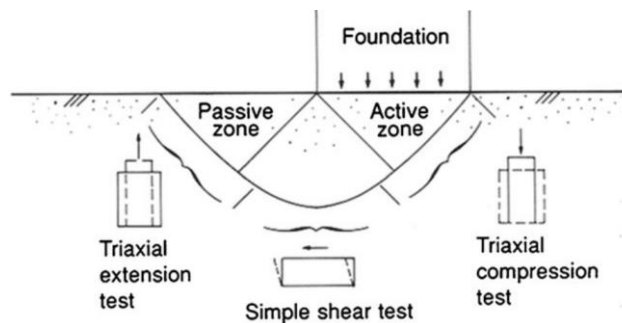


图 15 NGI-ADP 本构模型中的应力-应变关系及各向异性

NGI-ADP 本构模型采用特雷斯卡屈服准则, 考虑了不同的主应力方向对应的不排水抗剪强度特性, 所以该本构模型非常适合用于分析黏土中水平受力为主的基础。

NGI-ADP 本构的主要参数包括: G_{ur}/S_u^A —卸载重加载剪切模量/三轴压缩不排水抗剪强度; V_u —不排水泊松比; S_u^A —三轴压缩试验不排水抗剪强度; γ_{rc} —三轴压缩试验中的塑性应变; γ_{re} —三轴拉伸试验中的塑性应变; γ_{DSS} —直剪试验中的塑性应变; S_{uP}/S_u^A —三轴拉伸与压缩强度比; S_{uDSS}/S_u^A —直剪与三轴压缩强度比。各参数可以分别从三轴压缩试验、三轴拉伸试验、直接剪切试验中获取。

对于小应变刚度硬化 (HSS) 和 NGI-ADP 本构更详细的解释, 用户可参照 PLAXIS 3D 材料模型手册第七章和第九章的相关内容。



4. 小结

本文主要介绍了 PISA 联合工业项目的相关成果理论及其在 PLAXIS Monopile Designer 中的实现。更多相关内容，用户可参考 PISA 项目相关文献及 PLAXIS Monopile Designer 手册。

作为基于 PISA 项目成果的海上风电大直径单桩基础设计工具，PLAXIS Monopile Designer 在具有高计算精度的同时，可以大幅提高单桩基础设计、优化设计的效率，PLAXIS Monopile Designer 的分析方法及程序本身的有效性已广受国内外工程师认可，并已多次接受国内外实际工程检验。在国内，PLAXIS Monopile Designer 将越来越多地被应用于海上风电单桩基础的设计实践中。

参考文献

- [1]黄维平, 刘建军, 赵战华. 海上风电基础结构研究现状及发展趋势[J]. 海洋工程, 2009, 27(2):5.
- [2] Byrne, B.W. et al. (2015). New design methods for large diameter piles under lateral loading for offshore wind applications. In: 3rd International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics, Oslo, Norway.
- [3] Zdravković, L. et al. (2015). Numerical modelling of large diameter piles under lateral loading for offshore wind applications. In: 3rd International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics, Oslo, Norway.
- [4] Byrne, B.W. et al. (2017). PISA: New Design Methods for Offshore Wind Turbine Monopiles. In: 8th International Conference for Offshore Site Investigation and Geotechnics (OSIG 2017), London, United Kingdom.
- [5] Burd, H.J. et al. (2017). Design aspects for monopile foundations. In: TC 209 workshop on foundation design for offshore wind structures, 19th ICSMGE, Seoul, South Korea.
- [6]Byrne, B.W. et al. (2019). Monotonic laterally loaded pile testing in a stiff glacial clay till at Cowden. Géotechnique (ahead of print).
- [7]McAdam, R.A. et al. (2019). Monotonic laterally loaded pile testing in a dense marine sand at Dunkirk. Géotechnique (ahead of print).
- [8]He, Y. et al. (2017). Application of a Numerical-based Design Method for Laterally Loaded Monopiles in Layered Soils. In: 8th International Conference for Offshore Site Investigation and Geotechnics (OSIG 2017), London, United Kingdom.
- [9]Byrne, B.W. et al. (2019). PISA Design Methods for Offshore Wind Turbine Monopiles. In: 50th Offshore Technology Conference (OTC 2019), Houston, Texas.
- [10]Minga, E., Burd, H.J. (2019). Validation of PLAXIS MoDeTo based on the Cowden till PISA field tests. Oxford University, Oxford, United Kingdom.
- [11]Minga, E., Burd, H.J. (2019). Validation of the PLAXIS MoDeTo 1D model for dense sand. Oxford University, Oxford, United Kingdom.
- [12]Brinkgreve, R.B.J. et al. (2020). Validation and application of a new software tool implementing the PISA Design Methodology. J. Mar. Sci. Eng. 2020, 8, 457.
- [13] PLAXIS Monopile Designer Manual[M], Plaxis bv, Bentley Systems.
- [14] PLAXIS Material Models Manual[M], Plaxis bv, Bentley Systems.