



# SAP2000 中收缩徐变的计算

筑信达 吕良

收缩徐变是混凝土材料本身所固有的特性，混凝土的收缩主要指由于混凝土的干燥而导致体积缩小的现象，而徐变是指在混凝土中应力保持不变的情况下混凝土的应变随时间增长的现象。收缩徐变会导致混凝土结构的内力和变形随时间不断变化，对于预应力混凝土结构还会造成预应力的损失及构件的开裂。对于大体积及大跨度的混凝土结构，其影响尤为显著，在分析设计时不可忽略。

SAP2000 为土木行业的通用有限元软件，在进行结构分析及设计时可依据不同国家及地区的规范来考虑混凝土的收缩徐变效应。本文将简要介绍在 SAP2000 中如何考虑混凝土的收缩徐变效应，并通过悬臂梁案例简要的说明了收缩徐变的计算过程。

## 1 混凝土的时间相关属性

要正确地分析收缩徐变对混凝土结构的影响，首先必须选择能够真实反映材料收缩徐变的数学模型。不同的规范会有不同的要求，但是对于混凝土材料，一般需要考虑的时间相关属性包括：混凝土强度和刚度随时间的变化、混凝土的徐变及混凝土的收缩。对应的在 SAP2000 中在定义混凝土的时间相关属性时，在【时间相关类型】选项中选择相应的规范后，需要定义这三个参数，如图 1 所示。这三个选项是可独立勾选，分别的对应了是否考虑对应的时间相关属性。

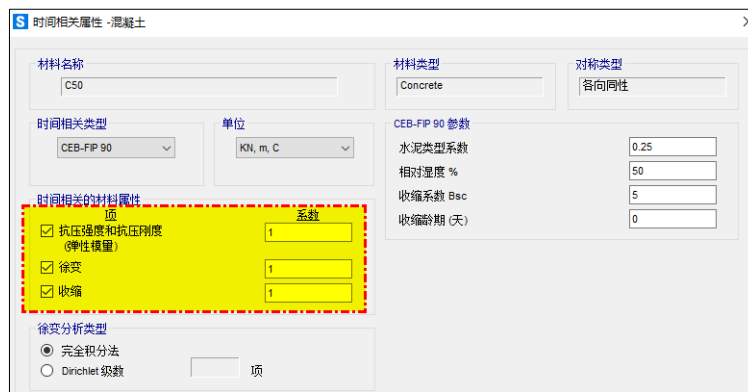


图 1 定义材料的时间相关属性

- 1) 【抗压强度和抗压刚度】选项表示是否考虑混凝土的刚度(Stiffness)变化，用于描述混凝土弹性模量随时间的变化。在  $t$  时刻混凝土的弹性模量  $E_{cm}(t)$  与该材料规范弹性模量  $E$  之间的关系是：

$$E_{cm}(t) = \beta_E(t)E \tag{1-1}$$

其中： $\beta_E(t)$ 表示龄期为  $t$  (天) 时混凝土的弹性模量修正系数。该修正系数与龄期  $t$  相关，一般来说混凝土龄期小于 28 天时，该系数的是小于 1 的，龄期大于 28 天时，该系数大于 1。龄期  $t$  越大系数  $\beta_E(t)$  越大，对应的混凝土的弹性模量就越大。

- 2) 【徐变】选项表示是否考虑混凝土的徐变效应，程序中是通过徐变系数  $\varphi_c$  (Creep Coefficient) 考虑的。徐变系数表示的是同一个荷载产生的徐变应变与弹性应变的比值。在  $t_0$  时刻施加的荷载  $\sigma_c$  后，在  $t$  时刻产生的徐变变形  $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$  可采用徐变系数  $\varphi_c(t, t_0)$  表示，如下公式所示：

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi_c(t, t_0) \left( \frac{\sigma_c}{E_{cm}(t_0)} \right) \tag{1-2}$$

其中： $E_{cm}(t_0)$ 表示荷载施加时混凝土的刚度，不同的规范对该刚度值有不同的要求，具体可查看相应的规范。需要注意的是为了正确计算徐变，必须要使用应力历程和随时间变化的徐变系数。对于每一个徐变变形，无论该变





形是由施加的荷载引起的，或是在超静定结构中由荷载重分布导致的，徐变变形都会随着龄期的增加而增加。

- 3) 【收缩】选项表示是否考虑混凝土的收缩效应，程序中是通过收缩应变（Shrinkage Strain）来计算的。收缩与构件内部的应力分布无关，仅与时间相关。

## 2 影响收缩徐变的计算因素

### 2.1 龄期

计算混凝土的时间效应时需要考虑混凝土不同的龄期。徐变与施加的荷载有关，因此需要考虑的龄期包括：加载开始考虑徐变时混凝土的龄期 $t_0$ ，计算龄期 $t$ 。收缩效应与外荷载无关，计算时需要考虑的龄期包括：产生收缩时混凝土的龄期 $t_{s0}$ 、开始考虑收缩时混凝土龄期 $t_s$ 、计算龄期 $t$ 。

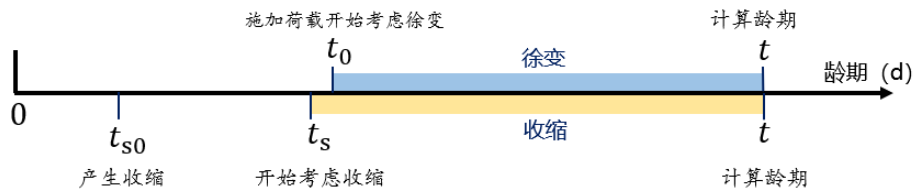


图 2 不同时刻的龄期

混凝土收缩开始的龄期 $t_{s0}$ 与混凝土的类型相关，一般为养护期结束时混凝土的龄期，依据规范《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》（JTG D62-2004）设计时可取 3~7 天。该参数在材料的时间属性中定义，而其他的时间参数均由施工阶段中各个阶段的操作确定。关于混凝土龄期的计算可以查看知识库文章“[施工阶段中龄期的计算](#)”。

### 2.2 名义尺寸

名义尺寸的大小影响水渗透截面的速率，从而影响混凝土的收缩和徐变。名义尺寸由字母  $h$  表示，可以由程序自动计算（默认）或由用户直接指定。保持默认选项时，程序将按公式（2-1）自动计算：

$$h = SF \cdot 2 \left( \frac{A}{P} \right) \quad (2-1)$$

其中： $h$ 表示名义尺寸， $SF$ 为名义尺寸系数，程序默认为 1； $A$ 为截面面积； $P$ 表示截面的周长。

程序中名义尺寸的计算方法与规范 CEB-FIP 90、JTG D62-2004、ACI 209R-92 等规范中名义尺寸的计算方法是一致的，因此在定义收缩徐变时一般不需要用户重新手动指定构件截面的名义尺寸。

### 2.3 混凝土的配筋

混凝土的配筋率会影响结构的收缩和徐变。在 SAP2000 中程序通过钢筋修正系数 $R_{cf}(t_{i-1}, t_i)$ 来考虑截面的配筋对收缩徐变的影响，其修正公式如下：

$$\varepsilon_{cc}^{inc}(t_{i-1}, t_i) = R_{cf}(t_{i-1}, t_i) \cdot [\varepsilon_{cc}(t_i) - \varepsilon_{cc}(t_{i-1})] \quad (2-2)$$

$$\varepsilon_{cs}^{inc}(t_{i-1}, t_i) = R_{cf}(t_{i-1}, t_i) \cdot [\varepsilon_{cs}(t_i) - \varepsilon_{cs}(t_{i-1})] \quad (2-3)$$

其中： $\varepsilon_{cc}(t_i)$ 和 $\varepsilon_{cc}(t_{i-1})$ 分别是 $t_i$ 和 $t_{i-1}$ 时刻总的徐变应变； $\varepsilon_{cs}(t_i)$ 和 $\varepsilon_{cs}(t_{i-1})$ 分别是 $t_i$ 和 $t_{i-1}$ 时刻总的收缩应变。 $R_{cf}(t_{i-1}, t_i)$ 是从 $t_{i-1}$ 到 $t_i$ 时刻内的钢筋混凝土的应变修正系数。该修正系数与截面的配筋率、钢筋与混凝土的刚度等参数相关，其具体算法可参考程序自带的参考手册（c:\Program Files\Computers and Structures\SAP2000 21\Manuals\Technical Notes），这里不做详细介绍。

## 3 规范计算方法

混凝土的收缩徐变模式和计算方法很多，SAP2000 内置了多个国家和地区常用的规范计算方法，包括：CEB-FIP 模式，ACI-209 模式、GL2000 模式以及 JTG D62-2004 模式等，另外用户也可自定义收缩徐变的模式。虽然在计算收缩徐变时各个规范考虑的因素，计算要求及条件均不相同，但是一般都从混凝土强度和刚度的变化、徐变系数、收缩应变三个方面来描





述混凝土的时间相关属性。这里主要介绍 CEB-FIP 1990 和 JTG D62-2004 规范中的收缩徐变的计算方法。

### 3.1 CEB-FIP 90

欧洲混凝土协会(CEB)和国际预应力混凝土协会(FIP)在 1990 年推出了 CEB-FIP 90 模式,它详细规定混凝土强度及刚度随时间发展的变化函数、收缩应变的计算方法及徐变系数的计算方法。

(1) 混凝土强度及刚度

强度修正  $\beta_{cc}(t)$

$$f_{cm28} = f_c' + 8MPa \quad (3-1)$$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm28} \quad (3-2)$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp\left\{s\left[1 - (28/t)^{0.5}\right]\right\} \quad (3-3)$$

刚度修正  $\beta_E(t)$

$$\beta_E(t) = \left[\beta_{cc}(t)^{0.5}\right] \quad (3-4)$$

$f_{cm28}$ 表示混凝土第 28 天抗压强度值; $f_c'$ 表示指定的混凝土抗压强度值; $s$ 是为水泥类型系数参数; $\beta_E(t)$ 表示龄期为  $t$ (天)时混凝土的弹性模量修正系数。

(2) 徐变系数  $\varphi(t, t_0)$  计算:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (3-5)$$

其中:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm28}) \cdot \beta(t_0) \quad (3-6)$$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / 100}{0.46(h/100)^{1/3}} \quad (3-7)$$

$$\beta(f_{cm28}) = \frac{5.3}{(0.1 \cdot f_{cm28})^{0.5}} \quad (3-8)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \quad (3-9)$$

$$\beta_c(t - t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0.3} \quad (3-10)$$

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1.2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] h + 250 \leq 1500 \quad (3-11)$$

$h$ 为名义尺寸,单位为 mm; $RH$ 为相对湿度(%); $f_{cm28}$ 表示混凝土第 28 天平均抗压强度 (MPa)。

(3) 收缩应变  $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  计算

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{sc0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (3-12)$$

其中:

$$\varepsilon_{sc0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (3-13)$$



$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - 0.1 \cdot f_{cm28})] \cdot 10^{-6} \quad (3-14)$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1.55[1 - (RH/100)^3] & 40\% \leq RH \leq 99\% \\ -0.25 & RH \geq 99\% \end{cases} \quad (3-15)$$

$$\beta_s(t-t_s) = \left[ \frac{(t-t_s)/t_1}{350(h/h_0)^2 + (t-t_s)/t_1} \right]^{0.5} \quad (3-16)$$

$f_{cm28}$ 表示混凝土第 28 天平均抗压强度(MPa);  $\beta_{sc}$ 表示收缩系数;  $RH$ 为相对湿度(%);  $h$ 为构件的名义尺寸。

### 3.2 JTG D62-2004

我国公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范 JTG D62-2004 和 JTG 3362-2018 均采用了 CEB-FIP 90 模式, 但是需要注意的是 JTG D62-2004 规范和 JTG 3362-2018 规范仅给出了徐变系数和收缩应变的计算方法, 并没有给出混凝土强度刚度与龄期之间的关系。如果在 SAP2000 中如果选择“JTG D62-2004”规范计算混凝土的时间效应, 并勾选了【混凝土强度及刚度】选项, 此时程序将依据规范 CEB-FIP 90 计算混凝土强度刚度随时间的变化。

由于公式 (3-1) 中采用的是欧洲标准 BS EN 1992-1-1 中圆柱体 ( $\Phi 150\text{mm} \times 300\text{mm}$ ) 混凝土试件的抗压强度  $f_{ck, cyl}$  来表示混凝土强度等级, 而国标采用边长为 150mm 的立方体混凝土标准试件的抗压强度  $f_{cu,k}$  来表示混凝土的强度等级, 因此在公路 04 规范和 18 规范中混凝土在 28d 龄期时的平均立方体抗压强度应按下式计算:

$$f_{cm28} = 0.8f_{cu,k} + 8\text{MPa} \quad (3-17)$$

另外公路 04 规范中给出的公式只适用于强度等级 C20~C50 混凝土。如用高强混凝土, 应乘以修正系数  $\sqrt{\frac{32.4}{f_{ck}}}$ 。其中 32.4 为 C50 混凝土轴心抗压强度标准值,  $f_{ck}$  为 C50 以上混凝土轴心抗压强度标准值。

### 3.3 自定义模式

对于一些特殊结构, 用户也可以自定义混凝土的收缩徐变模式, 其同样涉及三个方面内容的定义的: 强度及刚度、徐变系数、收缩系数。

#### (1) 强度及刚度

程序中用户可以直接指定混凝土的各个龄期  $t$  对应的刚度修正系数  $\beta_E(t)$ , 如下图左侧所示, 两个相邻数据点之间的刚度修正系数由内插求得。将得到的修正系数乘以弹性模量即可得到各个时间点对应的混凝土刚度值, 混凝土时间与刚度的关系曲线如下图右侧所示。

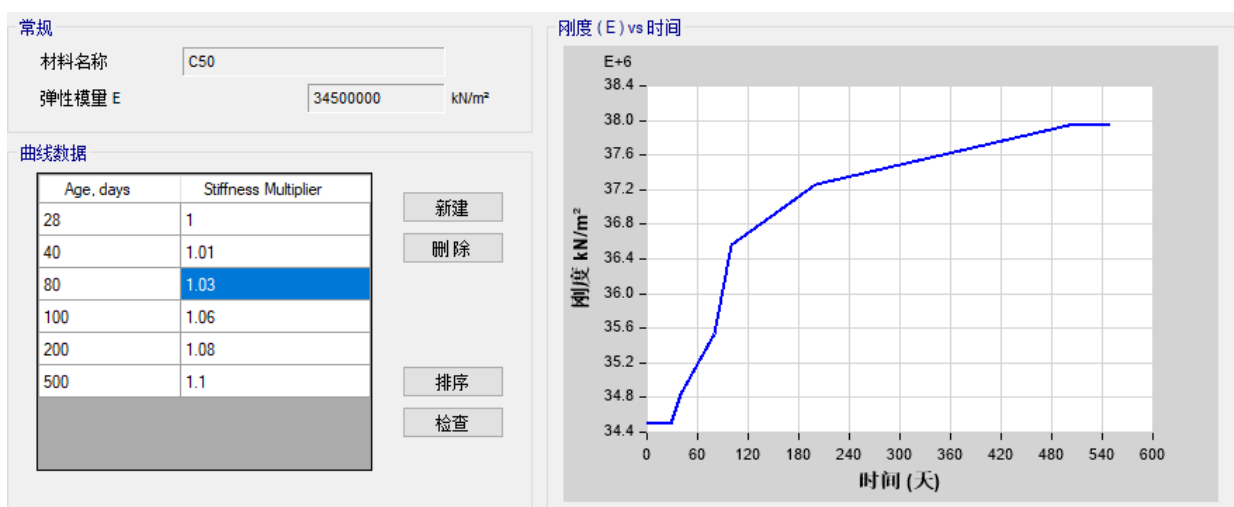


图 3 刚度曲线定义



(2) 徐变系数的定义

徐变系数 $\varphi_c(t, t_0)$ 的计算公式如下:

$$\varphi_c(t, t_0) = SF(h) \cdot \varphi_c^*(t, t_0) \quad (3-17)$$

其中 $\varphi_c^*(t, t_0)$ 为用户自定义的基本徐变系数。该徐变系数的定义方式与刚度曲线的定义方式相同, 由用户直接指定各个龄期 $t$ 对应的基本徐变系数 $\varphi_c^*(t, t_0)$ , 两个相邻数据点之间的刚度修正系数由内插求得。 $SF(h)$ 为名义尺寸的修正系数, 其计算公式如下:

$$SF(h) = a + b \exp(-h/h_0) \quad (3-18)$$

其中 $a$ 、 $b$ 、 $h_0$ 为用户指定的常数,  $h$ 为构件的名义尺寸, 按照公式(2-1)计算。

(3) 收缩应变 $\varepsilon_{cs}(t)$ 的定义

收缩应变 $\varepsilon_{cs}(t)$ 的计算公式如下:

$$\varepsilon_{cs}(t) = SF(h) \cdot \varepsilon_{cs}^*(t) \quad (3-19)$$

其中: $\varepsilon_{cs}^*(t)$ 为用户指定的基本徐变应变。由用户直接指定各个龄期 $t$ 对应的基本徐变应变 $\varepsilon_{cs}^*(t)$ , 两个相邻数据点之间的徐变应变由内插求得。 $SF(h)$ 为名义尺寸的修正系数, 按照公式(3-18)计算;

### 4 算例

现在通过如下图所示的悬臂梁模型来简要校核程序依据规范计算收缩徐变的正确性。该悬臂梁模型为采用 C50 混凝土, 长  $L = 20m$ , 截面为  $1 \times 1m$  的矩形, 构件截面的刚度  $EI = 2875000000$ 。在完成该悬臂梁浇筑后的 7 天, 对该结构加自重为  $q = 2.5KN/m$  的均布荷载, 现在计算该结构自重荷载作用在第 300 天的徐变与收缩, 计算时不考虑剪切变形。

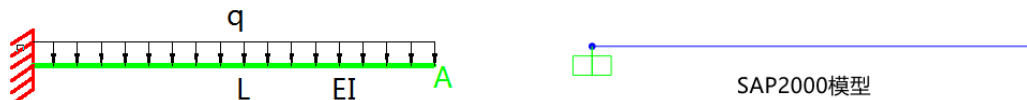


图 4 悬臂梁模型

计算时选择收缩徐变类型为 CEB-FIP 90, 不考虑混凝土强度随时间的变化。环境年平均相对湿度取 80%, 水泥种类系数 $\beta_{sc}$ 为 5, 收缩产生时混凝土龄期为 3 天。依据上节中的公式(3-15)到(3-16)可以求出第 300 天的徐变系数为 1.14591351, 收缩应变为  $5.07083E-05$ 。

在 SAP2000 中定义材料时间属性时, 需定义水泥类型系数、相对湿度、水泥种类系数 $\beta_{sc}$ 、收缩龄期等信息。在程序中添加 C50 混凝土, 并按上述参数定义混凝土的时间属性。定义完成后, 点击“显示曲线”选项, 填入构件的名义尺寸信息, 及相应的计算龄期, 即可查看徐变系数及收缩应变的时间曲线, 如下图所示。

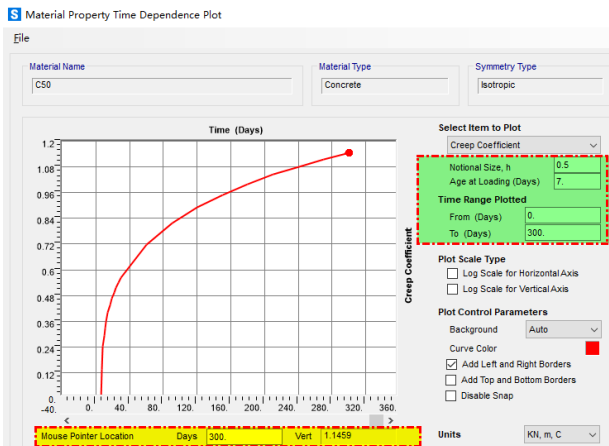


图 5-1 徐变系数

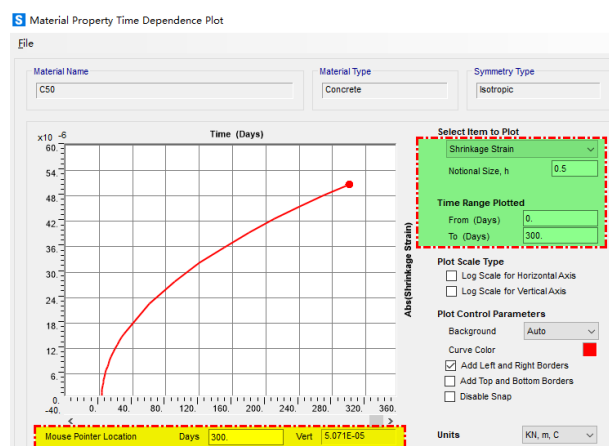


图 5-2 收缩应变



自重作用下节点 A 的竖向变形为 0.173913043m，由公式 (1-1) 依据徐变系数可求出在第 300 天 A 点总的竖向变形为  $0.173913 \times (1 + 1.14591351) = 0.3732\text{m}$ 。收缩变形=收缩应变×构件长度，因此该型的收缩变形为  $5.07083\text{E-}05 \times 20 = 0.000894517\text{m}$ 。对应的在 SAP2000 中分别仅考虑徐变与收缩，可计算出悬臂端在第 300 天的位移，如下图所示：

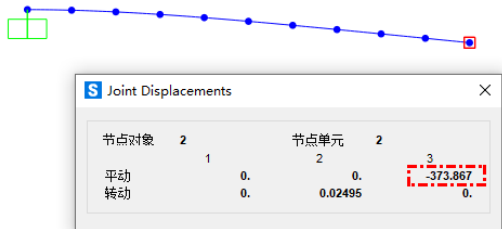


图 6-1 仅考虑徐变



图 6-2 仅考虑收缩

将上述结构整理到表-1，如下所示。可以看到程序计算结果是符合规范要求的。

表-1 CEB-FIP 90 徐变收缩计算结果比较

计算方法	徐变系数	徐变变形	收缩应变	收缩变形
手算	1.14591351	0.3732	5.07083E-05	0.000894517
SAP2000	1.1459	0.37286	5.071E-05	0.00089452

## 5 总结

影响混凝土收缩徐变的因素繁多，计算复杂。为简化计算，在实际工程中需要考虑混凝土的时间相关属性主要包括：混凝土的强度刚度的变化、徐变系数、收缩应变三个方面的内容，不同规范对这三方面的内容有不同的考虑及算法。SAP2000 中内置了多个国家和地区的规范算法，可以考虑混凝土龄期、构件名义尺寸、及混凝土配筋的影响，准确的依据规范要求计算混凝土结构的时间效应。

## 参考资料

- [1] Computers & Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司. CSI 分析参考手册. 2021.
- [2] Computers & Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司. CSI TECHNICAL NOTE MATERIAL TIME-DEPENDENT PROPERTIES. 2021.
- [3] 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范: JTG D62-2004.人民交通出版社, 2004
- [4] 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范: JTG 3362-2018.人民交通出版社, 2018