

岩土体初始应力的计算

筑信达 郭晓通

初始阶段是施工阶段布置的第一步，准确地定义岩土体的初始应力状态也是进行后续分析的基础。PLAXIS 中提供了 K_0 过程、重力加载、场应力三种方式来计算岩土体的初始应力。

本文以 PLAXIS 2D 为例对初始应力的计算方式进行介绍。PLAXIS 3D 和 PLAXIS 2D 在初始应力计算方面的主要区别包括：1、笛卡尔应力方向的标号不同；2、场应力方法中主应力方向的可输入数量不同。

PLAXIS 2D 和 PLAXIS 3D 对比

	PLAXIS 2D	PLAXIS 3D
竖向向有效应力	σ'_{yy}	σ'_{zz}
水平向有效应力	σ'_{xx} 、 σ'_{zz}	σ'_{xx} 、 σ'_{yy}
侧压力系数	$K_{0,x}$ 、 $K_{0,z}$	$K_{0,x}$ 、 $K_{0,y}$
场应力法中的主应力方向	1 个	2 个

1. K_0 过程

1.1 正常固结土的 K_0

土体中的初始应力状态往往与其重度和成因历史相关。 K_0 过程和重力加载是描述土体初始应力状态最常见的方式，其中 K_0 过程是用侧压力系数 K_0 来生成土体内的初始应力场，即如果土体内一点的竖向向有效应力为 $\sigma'_{v,0}$ ，则水平有效应力 $\sigma'_{h,0}$ 为 $K_0\sigma'_{v,0}$ 。如果考虑孔隙水压力，则根据有效应力原理，初始状态下土体内的竖向向总应力和水平总应力分别为：

$$\sigma_{v,0} = \sigma'_{v,0} + P_w \quad \sigma_{h,0} = K_0\sigma'_{v,0} + P_w$$

如图 1，PLAXIS 在土体参数输入窗口中的初始应力菜单下提供了 $K_{0,x}$ 和 $K_{0,z}$ 的输入，分别代表了两个水平方向应力与竖直方向应力之间的关系。

$$K_{0,x} = \sigma'_{xx}/\sigma'_{yy}, \quad K_{0,z} = \sigma'_{zz}/\sigma'_{yy}$$

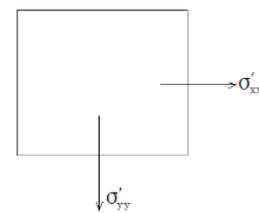
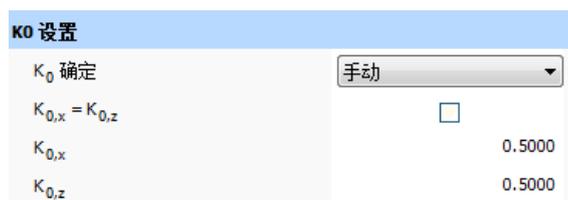


图 1 K_0 设置窗口

【 K_0 确定】的默认选项为自动，即 $K_{0,x}$ 和 $K_{0,z}$ 的数值与土体的内摩擦角相关，默认值为 $1 - \sin\phi$ 。用户也可以选择手动以便自由指定 $K_{0,x}$ 和 $K_{0,z}$ 的数值。

K_0 过程不会生成土体的剪应力，此时土体的最大、最小主应力与笛卡尔坐标系下的竖直、水平总应力相同。为了避免初始状态下土中出现摩尔-库伦破坏点，则 K_0 值应满足：

$$\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi} < K_0 < \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi}$$

1.2 超固结土的 K_0

PLAXIS 在高级本构模型（硬化土、小应变土体硬化、软土、修正剑桥等模型）中可以考虑土的预固结特性，允许用户在图 2 的 K_0 设置界面中输入超固结比 OCR 或上覆压力 POP 来描述土的超固结状态。

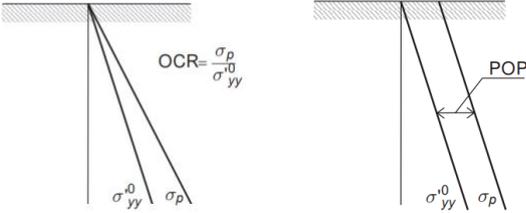


图 2 OCR 和 POP 的定义

OCR 和 POP 的值均与先期固结压力 σ_p 和当前状态下的竖直向有效应力 σ_{yy}^0 相关，其中：

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_{yy}^0} \quad POP = \sigma_p - \sigma_{yy}^0$$

OCR 或 POP 不会影响岩土体的初始竖直向有效应力，而是通过影响 K_0 值来影响岩土体的初始水平向有效应力。在 PLAXIS 中，二者输入一个即可，如果用户输入的是 OCR，则超固结土的 K_0 为：

$$K_0 = K_0^{nc} OCR - \frac{v_{ur}}{1 - v_{ur}} (OCR - 1)$$

如果用户输入的是 POP，则超固结土的 K_0 为：

$$K_0 = \frac{K_0^{nc} \sigma_p - \frac{v_{ur}}{1 - v_{ur}} POP}{|\sigma_{yy}^0|}$$

两者是等效的。除了在初始阶段生成初始应力场外，高级本构模型对预固结应力具有记忆性，以硬化土模型为例，程序会按下式计算一个等效预固结应力 P_p ：

$$P_p = OCR \sqrt{\frac{\tilde{q}^2}{M^2} + p'^2}$$

其中 \tilde{q}^2 为一种特殊算法得到的偏应力， M 是一个与 K_0^{nc} 相关的辅助参数， p' 为有效平均主应力（各中间参数的详细介绍用户可参照材料模型手册第 6.5 章节的内容）。

等效预固结应力 P_p 用来确定硬化土模型中帽盖屈服面的位置。在随后各施工阶段的计算中，程序均会对岩土体的应力状态进行记录，以便在各施工阶段判断岩土体中每个应力点的固结状态。如图 3 所示，在塑性点分布图中，蓝色的倒三角形帽盖点代表了该部分土体处于正常固结状态。此外，在后处理程序中的应力菜单下用户可以查询土的预固结特性相关的状态参数， $\sigma'_{1,max}$ 为土应力历史中的最大有效主应力， P_{eq} 为等效各向同性应力，其值为 P_p/OCR 。

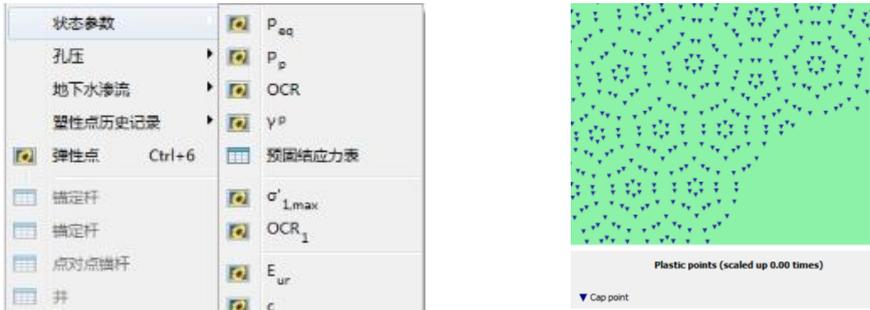


图 3 状态参数及帽盖点

2. 重力加载

重力加载即在岩土体内施加材料重力进行计算，所以重力加载也是一种塑性计算。重力加载通过乘子 ΣM_{weight} 控制自身重力的施加比率，默认值为 1，即加载材料全部重力。

如果使用弹性-理想塑性本构模型，重力加载下的竖直有效应力与水平有效应力之比 K_0 主要取决于土体材料中泊松比的

值，用弹性力学法求解一维压缩问题，则近似有：

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

所以重力加载产生的初始应力场并非是不可控的。对于弹性-理想塑性模型，为了生成准确的初始应力值，可以选择合适的泊松比值。如果有必要，还可对某部分岩土体单独指定其材料，通过调整材料的泊松比来定义各层岩土体正确的 K_0 值。例如如果需要 0.5 的 K_0 值，则需要指定 0.333 的泊松比。由于土体材料的泊松比必须小于 0.5，所以使用重力荷载无法生成大于 1 的 K_0 值。如果需要大于 1 的 K_0 ，则需要模拟其加载历史。

同样的，为避免初始状态下土体内出现摩尔-库伦破坏点，使用重力加载时的土体内摩擦角和泊松比应满足以下要求：

$$\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi} < \frac{\nu}{1 - \nu} < 1$$

需要注意的是，如果土体材料中有不排水材料，则重力加载时应勾选【忽略不排水行为】选项，以避免在初始应力中出现超静孔隙水压力。此外，一旦使用重力加载计算初始应力，则应在下一施工阶段勾选【重置位移为零】选项。

3. 场应力

PLAXIS 中，除了 K_0 过程和重力加载这两种方法外，还可以使用场应力的方法来生成初始应力场。这种方法主要适用于深埋岩土体在应力历史过程中主应力方向发生偏转的情况，如深埋隧道等地下工程。

场应力的定义界面如图 4 所示，用户需要输入三个主应力的大小以及对对应的主应力方向，此外，用户还可以在选中任意一层岩土体后在选择对象浏览器中定义该层岩土体对应的场应力数据。

使用场应力生成岩土体初始应力场时需要注意以下问题：

- 1、使用场应力时，模型所有位移边界条件都需要设置为完全固定。
- 2、使用场应力方法生成初始应力场后，用户需要添加一个塑性零步计算阶段，避免模型处于不平衡状态。

3、场应力定义窗口中的 $\sigma_{1,2,3}$ 与后处理中的 $\sigma_{1,2,3}$ 不同，它们没有先后顺序，并非大、中和小主应力。且主应力以压缩为负，拉伸为正，其方向向量不必为单位向量，只需输入比例关系即可。

4、用场应力方法，重力乘子 $\sum M_{weight}$ 在初始阶段默认为 0，且为了避免土体出现突然的不平衡力，后续计算阶段中也需将 $\sum M_{weight}$ 调整为 0。

5、与 K_0 方法生成初始应力类似，场应力不考虑结构单元、外部荷载及边界条件，因此在初始阶段，不能激活结构单元及外部荷载。



图 4 场应力定义选项图

4. 各计算方法的应用

K_0 过程由于其特殊的初始应力生成方式，从几何图形上看， K_0 方法比较适合应用于地表水平且土层、水位水平的情况。由于在很多工程问题的分析中，土层、水位等都会简化成水平，所以 K_0 过程很常用。其优点是参数输入简便，计算速度快，而且可以通过输入 OCR 或 POP 考虑土的预固结情况，其缺点是无法保证应力平衡。

重力加载主要应用于几何特征“非水平”的工程上。如图 5 所示，如果土层不水平、地表不水平、水位不水平，则为了保证应力平衡须用重力加载的方法代替 K_0 过程。重力加载的优点是初始状态模型一定是平衡的，缺点是无法直接准确地指定竖直有效应力与水平有效应力之比 K_0 值，且无法用 OCR 或 POP 来描述土的预固结状态。在实际工程中，重力加载主要应用于像边坡、滑坡等地表起伏差异大的工程，或土层均匀性差异大的工程中。



图 5 适合使用重力加载的情况

场应力的方法主要针对的对象是岩体，特别是深部岩体，描述其应力历史中主应力的状态及其方向的偏转，在实际工程应用中以大型水利工程、深埋隧道等地下工程为主。

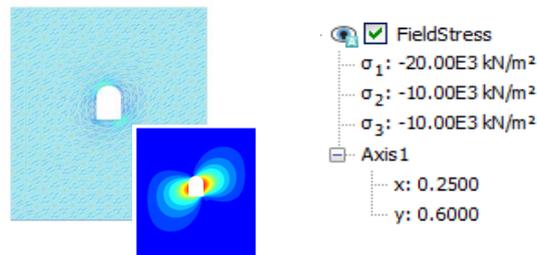


图 6 场应力的应用

初始应力的计算方式也需根据实际工程情况来灵活选择，而且对于有些特殊情况，也可能需要用多个计算阶段来生成岩土体初始应力场。

图 7 为一边坡模型，根据其几何形状判断，初始应力计算方法应采用重力加载，但如果该边坡为一超固结土边坡，已知其土的 OCR 和 POP；或使用弹塑性本构模型，很难通过试算来得到准确的 K_0 ，那么应用重力加载法显然是困难的。此时，可以在初始阶段将边坡“填平”，应用 K_0 过程的方法指定其 K_0 、OCR、POP 等数值，后续阶段再通过开挖、重置位移为零步骤还原边坡的初始形态。



图 7 特殊情况下边坡的初始应力生成

图 8 为既有建筑物旁的基坑开挖问题，为生成土层在当前状态下的初始应力场，需要用多个阶段来描述土层的应力历史。初始阶段用 K_0 法直接生成水平土层的应力场，后续阶段 1、阶段 2 采用塑性计算的方式分析既有建筑物修建过程中土层应力场的变化，从阶段 3 开始以当前工程为分析对象，所以初始阶段、阶段 1、阶段 2 都是在模拟土层的应力历史。需要注意的是，在阶段 3 中，用户须勾选【重置位移为零】选项。

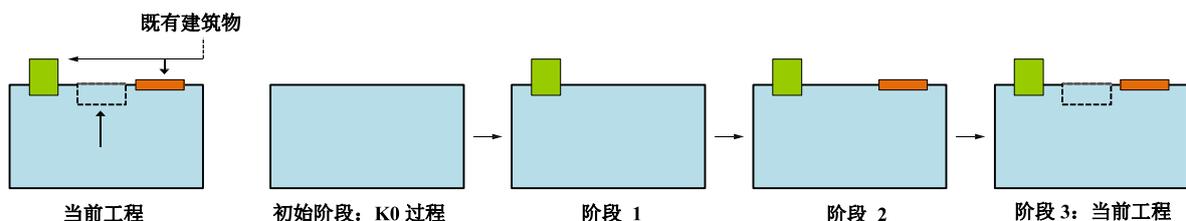


图 8 既有建筑物旁的基坑开挖

5. 小结

选择恰当的初始应力计算方式并准确地生成岩土体的初始应力场相当关键，尤其对于某些复杂的工程或具有复杂应力历史的岩土体。这要求用户熟悉 PLAXIS 中初始应力计算的相关理论。更多内容，用户可以查看 PLAXIS 参考手册、材料模型手册以及筑信达知识库中的相关文档：

- 1、[关于初始应力计算](#)
- 2、[塑性零步的意义和作用](#)
- 3、[自定义初始应力](#)

参考资料

- [1] Bentley Systems. PLAXIS 材料模型手册 V20.02. 2020
- [2] 李广信. 高等土力学[M]. 清华大学出版社, 2004.