

## PLAXIS 动力边界条件

筑信达 张志国

岩土工程的有限元分析无法避免针对半无限空间内岩土体的模拟。对于静力计算，由于局部荷载（开挖荷载、上部荷载以及施工荷载等）的影响范围有限，用户只需在远离施工区域处设置人工边界并定义静力边界条件即可。此处的“远离”可取 2~3 倍的施工区域的尺寸（如图 1 所示），但这并非适用于各种情况的绝对取值标准。

通常来讲，岩土体的截取范围越大，计算精度越高，但计算量更大、计算时间更长。建议用户以 2~3 倍的施工区域尺寸作为人工边界的初始截取范围，然后通过试算判断是否需要增加或减少截取范围。

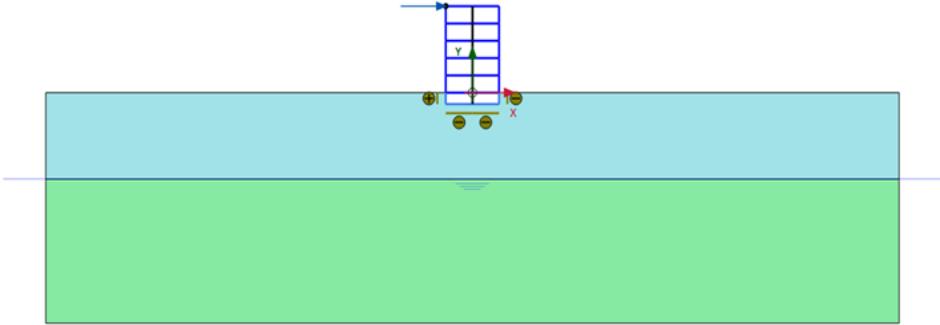


图 1 静力计算的人工边界范围

对于动力计算，由于应力波的传播速度快、影响范围广，简单地采用静力计算的人工边界及边界条件无法正确计算结构或岩土体的动力响应。以图 2 为例，地震波在地基和结构中的传播和衰减过程如下：

由无穷远处的震源发出的地震波，通过地基土以入射波的形式传播至上部结构内并使其发生振动，当结构内的上行波传至结构顶部后将发生反射形成反射波。反射波传至上部结构的基础后，部分能量以透射波的形式传入地基土中，而另一部分能量则再次向上反射形成新的二次上行波并再次在结构顶部发生反射，由此形成地震波在结构内多次的反射和透射。在上述反复的反射和透射过程中，地震波的能量逐渐减小，最后消失殆尽，停止运动。

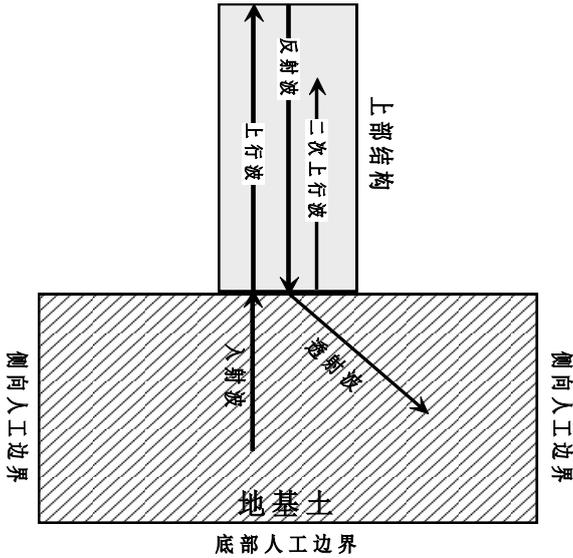


图 2 地震波的传播及衰减

可以看出，真实的半无限地基可以以透射波的形式耗散地震波能量，也称“辐射阻尼”或“几何阻尼”。但是，对于静力计算的人工边界及边界条件，应力波在传播至人工边界时将发生反射而非辐射至无穷远处。因此，由人工边界产生的虚假的人工反射波将在结构或土体的动力分析中引入计算误差，用户应予以避免。

综上，对于有限范围（如 2~3 倍的施工区域尺寸）内的岩土体计算模型，如需正确模拟半无限体的辐射阻尼，用户应考虑在人工边界上定义有别于静力计算的动力边界条件，以此吸收或透射人工反射波或将人工反射波引起的误差控制在计算精度允许的范围之内。

## 1 动力边界条件

严格动力边界条件应满足半无限空间内全部的场方程和边界条件：前者包括位移场、速度场以及应力场等；后者包括支座约束、动力位移以及辐射阻尼等。通常来讲，这种动力边界条件需要先求解半无限空间内波动问题的解析解，然后由解析解的一般表达式或综合控制方程导出动力边界条件。

严格动力边界条件的主要优势在于全局性，也就是全部边界节点在空间和时间上均保持相互之间的耦合关系。但是，该类动力边界条件只有在简化的边界条件和控制方程中才能导出解析表达式，故适用性不强。事实上，远置人工边界就是一种既简单又严格动力边界条件，其基本原理如下：

虽然在静力计算中采用的人工边界对应应力波既不透射也不吸收（完全反射），但只要人工边界与施工区域之间的距离足够大，以致人工边界处的反射波在动力荷载的持续时间内未传播至施工区域附近，人工反射波对施工区域内结构和岩土体的影响即可忽略。以常见的纵波波速约 100m/s 的砂土为例，假设地震持续时间取 20s，上述“足够大”的远置边界约为 1000m。可以看出，远置边界往往导致计算模型过大、单元数量过多。

局部的动力边界条件近似模拟应力波，仅将边界节点某一时刻的运动与其邻近节点在邻近时刻的运动相联系，具有局部性或解耦性的特点。局部的动力边界条件计算效率高、适用性强，是目前研究动力边界条件的主要方向。借助于数学和力学原理，目前较为成熟的局部动力边界条件包括透射边界、粘性边界以及粘弹性边界等。

上述各种局部的动力边界条件中，透射边界存在高频振荡和漂移失稳问题，不宜直接在通用的有限元软件中实现。粘性边界是在人工边界上设置阻尼器用以吸收反射波能量，其物理意义清晰、处理方法简单，故多用于大型的商业软件。但是，粘性边界在低频荷载作用下存在严重的整体漂移问题，也无法模拟半无限岩土体的弹性性能。粘弹性边界则是在粘性边界的基础上设置弹簧单元，用以克服粘性边界的低频失稳问题，同时考虑岩土材料的弹性性能。

PLAXIS 支持的动力边界条件包括粘性边界、自由场边界和一致地基边界，详见后文。

## 2 粘性边界

如前文所述，粘性边界即沿人工边界布置阻尼器用于吸收外行波的能量，使其在边界处不发生反射。例如，阻尼器沿 x 方向提供的抗力（正应力和剪应力）如下所示：

$$\sigma_n = -C_1 \rho V_p \dot{u}_x$$

$$\tau = -C_2 \rho V_s \dot{u}_y$$

其中， $\rho$ —材料密度；

$V_p$ 、 $V_s$ —与材料密度和弹性常数有关的纵波和横波波速；

$u_x$ 、 $u_y$ —边界处节点的法向和切向速度；

$C_1$ 、 $C_2$ —法向和切向的松弛系数；

关于上述松弛系数  $C_1$  和  $C_2$  的取值，当仅考虑沿边界法向的纵波时，两者均取 1.0；当考虑沿边界切向的剪切波时，推荐  $C_1=1.0$  和  $C_2=0.25$ 。关于粘性边界及松弛系数的定义，用户可在 PLAXIS 模型浏览器的动力边界条件中完成操作，如图 3 所示。需要注意的是，该粘性边界无法完全吸收剪切波，可能会存在部分反射。除此之外，该粘性边界同样存在低频失稳的问题，用户应避免将其用于静力计算或低频的动力计算。

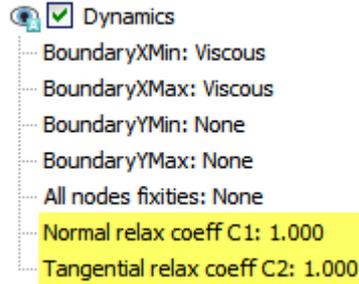


图 3 定义粘性边界和松弛系数

为了验证 PLAXIS 中粘性边界的有效性，现以均匀线弹性土体材料在三角形脉冲荷载作用下的振动分析为例，对比静力边界、粘性边界和远置边界三种条件下各自的动力响应。PLAXIS 模型的基本信息如下：

- 材料参数：弹性模量=2.5Pa，泊松比=0.25，密度=1kg/m<sup>3</sup>；
- 动力荷载：1N/m<sup>2</sup>，持续时间 10s，三角形脉冲荷载，如图 4 所示。

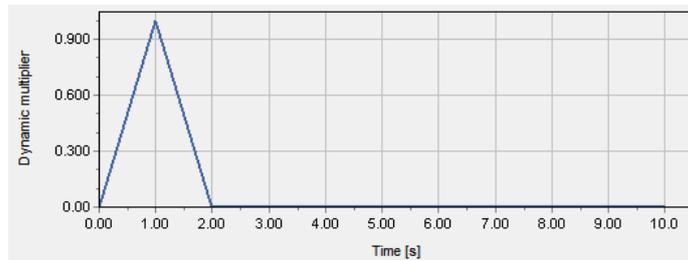


图 4 三角形脉冲荷载

注意，上述模型中的材料参数和动力荷载仅用于验证粘性边界，具体取值无实际的工程意义。其中，关于远置边界的截取范围，可采用以下公式进行计算：

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = 1.0\text{Pa} \quad \lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} = 1.0\text{Pa}$$

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda+2G}{\rho}} = 1.732\text{m/s} \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 1.0\text{m/s}$$

$$L \geq cT / 2$$

$$L \geq \max(c_s \times 10 \times 0.5, c_p \times 10 \times 0.5) = 8.66\text{m}$$

如图 5 所示，对比三个计算模型在荷载中心处的节点竖向位移。如果以远置边界的计算结果（红色）作为参照依据，静力边界的计算结果（粉色）在初期（6s 之前）与之偏差较小，后期（6s 之后）则偏差较大；该结果表明人工边界处的反射波在经过约 6s 之后返回荷载中心点并影响其后续的动力响应。粘性边界的计算结果（蓝色）在整个荷载持续时间内与远置边界相近，无明显差异；该结果表明粘性边界可以有效吸收入射波，防止反射波影响加载区域的动力响应。

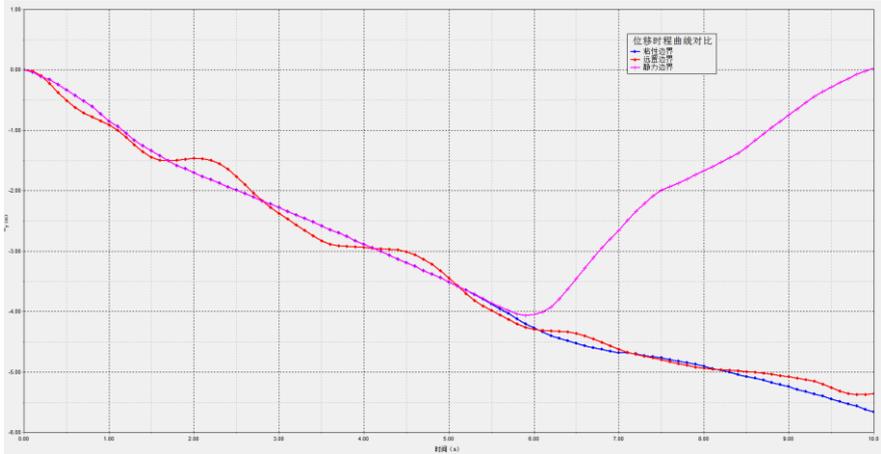


图 5 荷载中心处的节点竖向位移

### 3 自由场边界

前文介绍的粘性边界适用于半无限空间内的动力荷载，如车辆荷载、机器荷载或作用于上部结构的风荷载等等。但是，对于在波动场中作用于人工边界上的动力荷载（如地震荷载），人工边界除了能吸收外行波的能量外，还应将动力荷载传递至土体内部。因此，粘性边界并不适用于地震荷载，但用户可在 PLAXIS 中选用自由场边界或一致地基边界。

自由场边界是在粘性边界（阻尼器）的基础上，通过自由场单元将远场运动以等效正应力和等效剪应力（如下所示）的形式传递至近场土体的内部。此处的自由场单元即布置于土体内部的界面单元，通过阻尼器与土体相连，其力学性能与相邻土体相同，如右图所示。

$$\sigma_n = -C_1 \rho V_p (\dot{u}_x^m - \dot{u}_x^{ff})$$

$$\tau = -C_2 \rho V_s (\dot{u}_y^m - \dot{u}_y^{ff})$$

需要注意的是，自由场边界仅用于竖向人工边界且正负方向的自由场边界必须同时定义，如图 6 所示的 Xmin 和 Xmax 边界。

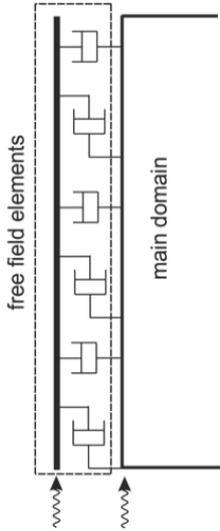
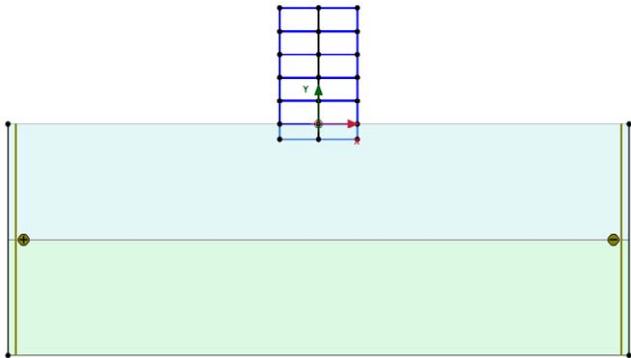


图 6 2D 自由场边界

4 一致地基边界

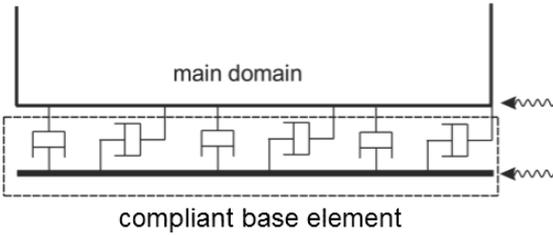


图7 一致地基边界示意图

一致地基边界同样是在粘性边界（阻尼器）的基础上，通过一致地基单元将远场运动以等效正应力和等效剪应力（如下所示）的形式传递至近场土体的内部。一致地基单元即布置于土体内部的界面单元，通过阻尼器与土体相连，其力学性能与相邻土体相同，如图7所示。

$$\sigma_n = -C_1 \rho V_p (\dot{u}_x^d - 2\dot{u}_x^u)$$

$$\tau = -C_2 \rho V_s (\dot{u}_y^d - 2\dot{u}_y^u)$$

需要注意的是，一致地基边界仅用于地基地部的人工边界，如图8（左）所示的 Ymin 边界。由于一致地基边界用于地震动的输入，用户在将地基地部的人工边界定义为一致地基边界的同时，还应指定时间相关的位移边界条件，如图8（右）所示。

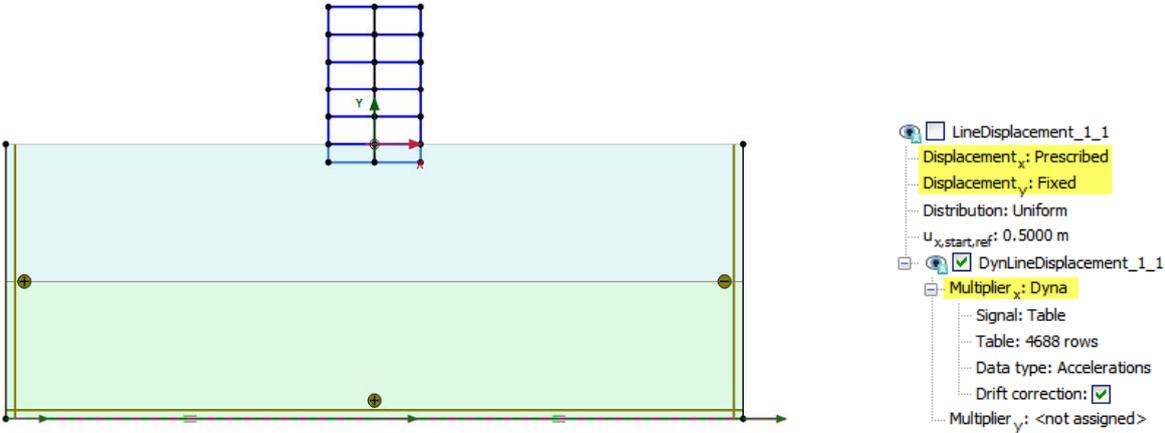


图8 一致地基边界与时间相关的位移边界条件

5 小结

本文以岩土工程有限元分析中的人工边界为切入点，在初步介绍用于静力计算的边界范围后，着重强调了动力计算所特有的辐射阻尼问题。利用有限范围内的人工边界并辅之以有效的动力边界条件，即可在满足辐射阻尼的前提下尽量减小计算量。PLAXIS 提供了粘性边界、自由场边界以及一致地基边界三种动力边界条件供用户选择，粘性边界适用于半无限空间内的动力荷载（如车辆荷载、风荷载、机器荷载等），自由场边界和一致地基边界适用于波动场中作用于人工边界上的动力荷载（如地震荷载）。